

Perancangan Sistem Kendali *Quadcopter* Menggunakan *Modified Sliding Mode Control*

Rudi Uswarman¹, Swadexi Istiqphara²

Abstract—Quadcopter has nonlinear dynamics that require a robust controller to be able to fly stably. This paper uses a nonlinear controller, namely Sliding Mode Control (SMC). SMC has advantages such as robust from disturbance and uncertainty of parameters and ability to maintain stability, even when the dynamics model is not precise. The simulation compares the reliability of conventional SMC and modified SMC controls. Modified SMC control has the purpose of increasing the robustness of control system from disturbance and uncertainty. Based on the simulation, the modified SMC control has better reliability than conventional SMC. In conventional SMC control, the quadcopter response on the x-axis, to the reference position, has overshoots of 0.7 meters and 0.48 meters; and an undershoot of 0.45 meters. Then, the y-axis movement response has an overshoot of 0.3 meters and undershoots of 0.3 meters and 0.48 meters. The conventional SMC output of the z-axis movement has an undershoot of 1.75 meters, while on the modified SMC control, there are only overshoot and undershoot of 0.3 meters on the y-axis movement. Modified SMC control is more reliable than conventional SMC controls because the switching control of the modified SMC can adaptively change, according to the error caused by interference. The greater the uncertainty, the greater the error. A large error can increase the switching control frequency, so that the level of robustness will increase.

Intisari—*Quadcopter* memiliki dinamika nonlinear yang membutuhkan sistem pengendali yang andal agar dapat terbang dengan stabil. Pada makalah ini digunakan pengendali nonlinear yakni *Sliding Mode Control* (SMC). SMC memiliki keunggulan di antaranya *robust* (tegar) terhadap gangguan dan ketidakpastian parameter serta pengendali SMC dapat menjaga kestabilan walaupun model dinamika tidak presisi. Pada simulasi dibandingkan keandalan pengendali SMC konvensional dan SMC yang telah dimodifikasi. Pengendali SMC yang dimodifikasi memiliki tujuan untuk meningkatkan *robustness* (ketegaran) sistem kendali dari gangguan maupun ketidakpastian. Berdasarkan simulasi, pengendali SMC yang dimodifikasi memiliki keandalan yang lebih baik daripada SMC konvensional. Pada pengendali SMC konvensional, respons *quadcopter* pada sumbu x terhadap posisi referensi memiliki *overshoot* sebesar 0,7 meter dan 0,48 meter serta terdapat *undershoot* sebesar 0,45 meter. Kemudian pada respons pergerakan sumbu y terdapat *overshoot* sebesar 0,3 meter serta *undershoot* sebesar 0,3 meter dan 0,48 meter. Pada keluaran SMC konvensional terhadap pergerakan sumbu z terdapat *undershoot* sebesar 1,75 meter. Sedangkan pada pengendali SMC yang dimodifikasi, hanya terdapat *overshoot* dan *undershoot* sebesar 0,3 meter pada pergerakan sumbu y. Pengendali SMC yang dimodifikasi lebih andal daripada

pengendali SMC konvensional karena nilai pengendali kendali *switching* pada SMC yang dimodifikasi dapat berubah-ubah secara adaptif sesuai dengan *error* yang disebabkan gangguan. Semakin besar gangguan, maka *error* akan semakin besar, kemudian *error* yang besar dapat meningkatkan frekuensi kendali *switching* sehingga tingkat keandalan akan meningkat.

Kata Kunci— *Quadcopter*, SMC, *Robust*, SMC Konvensional.

I. PENDAHULUAN

Penelitian di bidang robotika, khususnya *Unmanned Aerial Vehicle* (UAV) menjadi topik yang menarik karena teknologi UAV masih dalam pengembangan. Salah satu teknologi UAV yang populer adalah *quadcopter*. *Quadcopter* telah banyak diaplikasikan di berbagai bidang, di antaranya militer [1]-[7]. Pengoperasian *quadcopter* dapat menggunakan *remote control* maupun secara *autonomous*. Penghobi *aeromodelling* biasanya menggunakan *remote control* untuk menerbangkan *quadcopter*, berbeda dengan lembaga peneliti maupun institusi pendidikan yang berusaha untuk meningkatkan unjuk kerja *quadcopter* dengan melakukan peningkatan teknologi dan sistem pengendali.

Quadcopter memiliki empat buah motor yang digunakan untuk memutar propeler agar dapat terbang di udara. Dimensi *quadcopter* berbeda-beda disesuaikan dengan fungsi dari *quadcopter* tersebut. Pada bagian tengah *quadcopter* terdapat beberapa komponen elektronik, seperti pengendali penerbangan, *Global Positioning System* (GPS), *Electronic Speed Controller* (ESC), baterai, kamera, telemetri radio, dan sensor-sensor.

Pengendali penerbangan berfungsi untuk mengendalikan *quadcopter* dengan cara memberikan sinyal *Pulse Width Modulation* (PWM) ke ESC, kemudian ESC mengatur kecepatan keempat motor. Konfigurasi putaran motor harus sesuai dengan Gbr. 1, dua motor bergerak searah jarum jam dan dua motor bergerak berlawanan arah jarum jam. Berdasarkan konfigurasi tersebut, *quadcopter* dapat terbang ke arah sumbu x, y, dan z. Pergerakan putaran ke arah sumbu x dipengaruhi torsi *roll*, pergerakan putaran ke arah sumbu y dipengaruhi torsi *pitch*, pergerakan secara vertikal dipengaruhi oleh gaya *thrust*, dan pergerakan putaran terhadap sumbu z dipengaruhi torsi *yaw*.

Quadcopter dapat terbang dengan stabil apabila pengendali yang digunakan memiliki unjuk kerja yang baik. Beberapa peneliti telah menerapkan pengendali seperti PID [8], *fuzzy logic* [9], dan LQR [10]. Pada penelitian pengendali *quadcopter* menggunakan *fuzzy logic* [9] dan LQR [10] faktor gangguan dari luar tidak dipertimbangkan sehingga pengendali tersebut tidak terlalu *robust* jika sistem *quadcopter* diberi *external disturbance*. Penelitian dengan PID menggunakan modifikasi persamaan integral untuk menanggulangi gangguan (*disturbance*) pada *quadcopter* [8]. Pada penelitian tersebut,

^{1,2}Dosen, Program Studi Teknik Elektro, Institut Teknologi Sumatera, Jalan Terusan Ryacudu, Way Hui, Jati Agung, Way Huwi, Jati Agung, Kabupaten Lampung Selatan, Lampung 35365 (telp: 0721-8030 188; fax: 0721-8030189; e-mail: uswarman@el.itera.ac.id; swadexi@gmail.com)

terdapat kelemahan yakni penentuan nilai *tuning parameter* masih dilakukan secara manual, sehingga pengendali menjadi tidak stabil apabila besaran *external disturbance* pada *quadcopter* berubah-ubah.

Permasalahan riil agar *quadcopter* dapat terbang stabil adalah ketidakpastian (*uncertainty*) dan gangguan seperti angin kencang dan adanya *payload*. Angin kencang dapat membuat *quadcopter* tidak stabil dan akibat yang paling fatal, *quadcopter* dapat terjatuh. Pada simulasi penelitian yang dilakukan, digunakan *payload* atau *quadcopter* diberikan beban tambahan untuk menguji kestabilan dan keandalan sistem kendali yang dirancang. Sebagai contoh implementasinya, *payload* dapat berupa beban seperti air yang dibawa *quadcopter*, yang digunakan untuk menyemprotkan pestisida dari udara ke tanaman agar tanaman tersebut terhindar dari hama [11].

Pada makalah ini digunakan metode *Sliding Mode Control* (SMC) untuk mengendalikan *quadcopter*. Metode SMC merupakan pengendali nonlinear yang tepat diaplikasikan pada implementasi sistem yang nonlinear seperti *quadcopter* [12]. Pengendali SMC telah berhasil mengendalikan pesawat terbang otomatis, motor listrik, proses pabrik kimia, robot, dan helikopter [13]. Pengendali linear seperti PID dan LQR biasanya diimplementasikan pada sistem yang linear. Apabila diaplikasikan pada sistem nonlinear, pada umumnya pengendali linear membutuhkan linearisasi sistem. Kemudian, pengendali *fuzzy* membutuhkan komputasi perhitungan yang lebih lama, terutama pada perhitungan *defuzzification* dengan metode *center of gravity*.

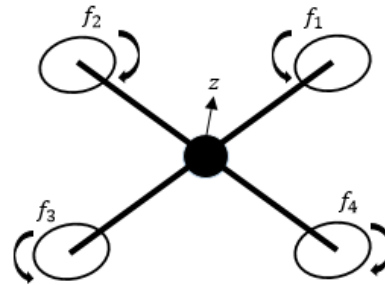
Metode SMC memiliki keunggulan yakni *robust* terhadap gangguan dan dapat menjaga kestabilan dan unjuk kerja yang konsisten walaupun model dinamika tidak presisi [12]. Pada makalah ini, digunakan pengendali SMC konvensional dan SMC yang sudah dimodifikasi. Pengendali konvensional terdiri atas kendali ekuivalen dan kendali *switching*, sedangkan pada pengendali SMC yang dimodifikasi terdapat kendali ekuivalen dan kendali *switching* yang ditambahkan formula untuk menghitung *error* yang dapat dikalikan dengan *gain* pada kendali *switching*. Semakin besar *error*, maka frekuensi *switching* akan meningkat, dan jika frekuensi *switching* meningkat, maka *robustness* akan meningkat. Namun, harus diperhatikan jika akan diimplementasikan pada *plant* yang sesungguhnya, kemampuan *driver* harus dipertimbangkan untuk menghasilkan frekuensi *switching* yang tinggi.

Makalah ini bertujuan untuk meningkatkan keandalan pengendali *quadcopter* dengan cara memodifikasi pengendali SMC konvensional. Tahap-tahap yang dilakukan untuk mendapatkan formula SMC termodifikasi ialah yang pertama dibutuhkan model matematis *quadcopter* dalam persamaan *state space*, dan kedua mendesain pengendali SMC konvensional. Setelah diperoleh pengendali SMC termodifikasi dan SMC konvensional, dilakukan simulasi untuk mengetahui respons posisi *roll*, *pitch*, dan *yaw* terhadap *set point*.

II. MODEL DINAMIKA QUADCOPTER

Persamaan matematis *quadcopter* direpresentasikan dalam bentuk *state space* dengan dua belas *state* yang terdiri atas ϕ, θ, ψ sebagai sudut *roll*, *pitch*, dan *yaw*; $\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}$ sebagai

kecepatan *angular* dari *roll*, *pitch*, dan *yaw*; x, y, z sebagai posisi dari *quadcopter*; dan $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$ sebagai kecepatan dari x, y, z . Model *quadcopter* diperlihatkan pada Gbr. 1, dengan keterangan f_1 merupakan gaya yang dihasilkan motor 1, f_2 merupakan gaya pada motor 2, f_3 merupakan gaya pada motor 3, dan f_4 merupakan gaya pada motor 4.



Gbr. 1 Model *quadcopter*.

Model *quadcopter* didapatkan dari persamaan Newton-Euler. Berdasarkan persamaan Newton kedua, didapatkan persamaan gerak translasi (1) [14].

$$F_g - F_{thrust} + d_F = m\dot{v} + \omega \times mv, \tag{1}$$

dengan F_g adalah gaya gravitasi; F_{thrust} adalah matriks rotasi dari *vertical thrust* $[0 \ 0 \ U_1]^T$; $d_F = [d_x \ d_y \ d_z]^T$ adalah gangguan eksternal; m adalah massa *quadcopter*; $v = [\dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z}]^T$ adalah kecepatan x, y , dan z ; $\omega = [\dot{\phi} \ \dot{\theta} \ \dot{\psi}]^T$ adalah kecepatan *angular*; dan $\dot{v} = [\ddot{x} \ \ddot{y} \ \ddot{z}]^T$ adalah percepatan dari x, y , dan z .

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{bmatrix} - (R_z(\psi) \cdot R_y(\theta) \cdot R_x(\phi)) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ U_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_x \\ d_y \\ d_z \end{bmatrix} = m \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix}. \tag{2}$$

Matriks rotasi sudut Euler sistem III (*roll*, *pitch*, dan *yaw*) ditulis sebagai (3) [15].

$$R_z(\psi) \cdot R_y(\theta) \cdot R_x(\phi) = \begin{bmatrix} c_\theta c_\psi & s_\phi s_\theta c_\psi - c_\phi s_\psi & s_\phi s_\psi + c_\phi s_\theta c_\psi \\ c_\theta s_\psi & s_\phi s_\theta s_\psi + c_\phi c_\psi & -s_\phi c_\psi + c_\phi s_\theta s_\psi \\ -s_\theta & s_\phi c_\theta & c_\phi c_\theta \end{bmatrix} \tag{3}$$

dengan simbol c adalah *cos* dan s adalah *sin*. Persamaan (3) disubstitusikan ke (2), sehingga diperoleh (4).

$$\begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} = \frac{1}{m} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} c_\theta c_\psi & s_\phi s_\theta c_\psi - c_\phi s_\psi & s_\phi s_\psi + c_\phi s_\theta c_\psi \\ c_\theta s_\psi & s_\phi s_\theta s_\psi + c_\phi c_\psi & -s_\phi c_\psi + c_\phi s_\theta s_\psi \\ -s_\theta & s_\phi c_\theta & c_\phi c_\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ U_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_x \\ d_y \\ d_z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix}. \tag{4}$$

Diasumsikan $v = [\dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z}]^T$ dan $\omega = [\dot{\phi} \ \dot{\theta} \ \dot{\psi}]^T$ sama dengan 0, sehingga diperoleh \dot{v} yakni

$$\ddot{x} = -\frac{1}{m}(s_{\phi}s_{\psi} + c_{\phi}s_{\theta}c_{\psi})U_1 + \frac{1}{m}d_x \quad (5)$$

$$\ddot{y} = -\frac{1}{m}(-s_{\phi}c_{\psi} + c_{\phi}s_{\theta}s_{\psi})U_1 + \frac{1}{m}d_y \quad (6)$$

$$\ddot{z} = g - \frac{1}{m}(c_{\phi}c_{\theta})U_1 + \frac{1}{m}d_z. \quad (7)$$

Rotasi persamaan Euler dapat ditulis sebagai (8).

$$M_b = \omega \times (I \cdot \omega) + I \cdot \dot{\omega} = \begin{bmatrix} U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix}, \quad (8)$$

dengan simbol I adalah matriks inersia dan $[U_2 \ U_3 \ U_4]^T$ adalah torsi dari *roll*, *pitch*, dan *yaw*.

$$\begin{bmatrix} U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} I_{xx}\dot{\phi} \\ I_{yy}\dot{\theta} \\ I_{zz}\dot{\psi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I_{xx}\ddot{\phi} \\ I_{yy}\ddot{\theta} \\ I_{zz}\ddot{\psi} \end{bmatrix}, \quad (9)$$

dengan simbol I_{xx} adalah momen inersia sumbu x , I_{yy} adalah momen inersia sumbu y , dan I_{zz} adalah momen inersia sumbu z . Berdasarkan (9), diperoleh

$$U_2 = (I_{zz} - I_{yy})\dot{\theta}\dot{\psi} + I_{xx}\ddot{\phi} \quad (10)$$

$$U_3 = (I_{xx} - I_{zz})\dot{\phi}\dot{\psi} + I_{yy}\ddot{\theta} \quad (11)$$

$$U_4 = (I_{yy} - I_{xx})\dot{\phi}\dot{\theta} + I_{zz}\ddot{\psi}. \quad (12)$$

Selanjutnya, turunan dari kecepatan *angular* dapat ditulis sebagai berikut.

$$\ddot{\phi} = \frac{U_2 + (I_{yy} - I_{zz})\dot{\theta}\dot{\psi}}{I_{xx}} \quad (14)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{U_3 + (I_{zz} - I_{xx})\dot{\phi}\dot{\psi}}{I_{yy}} \quad (15)$$

$$\ddot{\psi} = \frac{U_4 + (I_{xx} - I_{yy})\dot{\phi}\dot{\theta}}{I_{zz}}. \quad (16)$$

Persamaan *quadcopter* didapatkan sebagai berikut.

$$X = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6 \ x_7 \ x_8 \ x_9 \ x_{10} \ x_{11} \ x_{12}]^T \quad (17)$$

$$X = [x \ y \ z \ \dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z} \ \phi \ \theta \ \psi \ \dot{\phi} \ \dot{\theta} \ \dot{\psi}]^T \quad (18)$$

Persamaan *quadcopter* memiliki dua belas *state*, yakni tiga *state* posisi $[x \ y \ z]^T$ yang terdapat pada *state* $[x_1 \ x_2 \ x_3]^T$, tiga *state* kecepatan $[\dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z}]^T$ yang terdapat pada *state* $[x_4 \ x_5 \ x_6]^T$, tiga *state* *roll*, *pitch*, dan *yaw* $[\phi \ \theta \ \psi]^T$ yang terdapat pada *state* $[x_7 \ x_8 \ x_9]^T$, dan tiga *state* kecepatan *angular* $[\dot{\phi} \ \dot{\theta} \ \dot{\psi}]^T$ yang terdapat pada *state* $[x_{10} \ x_{11} \ x_{12}]^T$.

Kemudian, *state space* sistem didapatkan dengan menurunkan persamaan *state* $[x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6 \ x_7 \ x_8 \ x_9 \ x_{10} \ x_{11} \ x_{12}]^T$, sehingga didapatkan (19). Persamaan *quadcopter* dalam bentuk *state space* dapat berbeda-beda karena deklarasi *state* pada sistem tidak unik, bisa saja *state* posisi berada pada $[x_4 \ x_5 \ x_6]^T$. Sebagai contoh, persamaan *quadcopter* yang didesain dengan

memilih *state* $[x_4 \ x_5 \ x_6]^T$ sebagai *roll*, *pitch* dan *yaw* $[\phi \ \theta \ \psi]^T$ [16].

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1 &= \dot{x} = x_4 \\ \dot{x}_2 &= \dot{y} = x_5 \\ \dot{x}_3 &= \dot{z} = x_6 \\ \dot{x}_4 &= \ddot{x} = -\frac{1}{m}(s_{\phi}s_{\psi} + c_{\phi}s_{\theta}c_{\psi})U_1 + \frac{1}{m}d_x \\ \dot{x}_5 &= \ddot{y} = -\frac{1}{m}(-s_{\phi}c_{\psi} + c_{\phi}s_{\theta}s_{\psi})U_1 + \frac{1}{m}d_y \\ \dot{x}_6 &= \ddot{z} = g - \frac{1}{m}(c_{\phi}c_{\theta})U_1 + \frac{1}{m}d_z \\ \dot{x}_7 &= \dot{\phi} = x_{10} \\ \dot{x}_8 &= \dot{\theta} = x_{11} \\ \dot{x}_9 &= \dot{\psi} = x_{12} \\ \dot{x}_{10} &= \ddot{\phi} = \frac{U_2 + (I_{yy} - I_{zz})\dot{\theta}\dot{\psi}}{I_{xx}} \\ \dot{x}_{11} &= \ddot{\theta} = \frac{U_3 + (I_{zz} - I_{xx})\dot{\phi}\dot{\psi}}{I_{yy}} \\ \dot{x}_{12} &= \ddot{\psi} = \frac{U_4 + (I_{yy} - I_{xx})\dot{\phi}\dot{\theta}}{I_{zz}} \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

Dan kendali masukan dari u_x dan u_y dapat direpresentasikan sebagai berikut.

$$u_x = s_{\phi}s_{\psi} + c_{\phi}s_{\theta}c_{\psi} \quad (20)$$

$$u_y = -s_{\phi}c_{\psi} + c_{\phi}s_{\theta}s_{\psi}. \quad (21)$$

Total *thrust/force* U_1 , torsi *roll* U_2 , torsi *pitch* U_3 , dan torsi *yaw* U_4 dapat ditulis sebagai berikut.

$$U_1 = F = f_1 + f_2 + f_3 + f_4 \quad (22)$$

$$U_2 = f_2 - f_4 \quad (23)$$

$$U_3 = f_1 - f_3 \quad (24)$$

$$U_4 = f_1 + f_3 - f_2 - f_4. \quad (25)$$

Parameter *quadcopter* yang digunakan adalah jarak antara motor dengan pusat *quadcopter* $l = 0,3 \text{ m}$; massa *quadcopter* $1,3 \text{ kg}$; momen inersia sumbu x $I_{xx} = 0,04 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$; momen inersia sumbu y $I_{yy} = 0,04 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$; momen inersia sumbu z $I_{zz} = 0,045 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$; *gain* $K = 150 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$; dan aktuator *bandwidth* $\omega = 18 \text{ N}$.

III. SISTEM KENDALI *SLIDING MODE*

Metode SMC dan perancangan SMC konvensional serta SMC termodifikasi dijelaskan sebagai berikut.

A. Metode *Sliding Mode Control*

Metode SMC merupakan bagian dari *variable structure control* yang ditemukan oleh Barbashin dan Emel'yanov pada tahun 1960 [13]. Prinsip dasar metode SMC adalah proses transformasi persamaan fungsi alih ke kawasan *sliding* (luncur). Pada pengendali akan berusaha dicapai kondisi *sliding* ($\dot{s} = 0$).

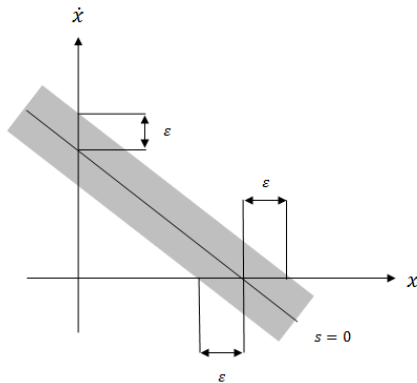
Kondisi *sliding* menunjukkan tanggapan sesuai dengan keinginan, yakni stabilitas dan unjuk kerja tercapai.

Pada metode SMC terdapat pengendali ekuivalen (u_{eq}) dan pengendali *switching* (u_s). Pengendali ekuivalen (u_{eq}) merupakan sebuah nilai masukan pengendalian yang diperoleh dengan menyelesaikan persamaan *sliding* berdasarkan sistem yang dianggap ekuivalen terhadap sistem yang sebenarnya. Pengendali ekuivalen tidak dapat mencapai kondisi *sliding* secara eksak $\dot{s} = 0$ atau selalu berada di permukaan *sliding*. Agar lintasan sistem dapat selalu dekat dengan permukaan *sliding*, dibutuhkan kendali *switching* (u_s). Persaman kendali SMC (u) ditunjukkan pada (26) [13].

$$\left. \begin{aligned} u &= u_{eq} + u_s \\ u_s &= -k \operatorname{sign}(s) \\ u &= u_{eq} - k \operatorname{sign}(s), \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

dengan simbol k adalah *gain*. Berdasarkan (26), ketika $s < 0$, pengendali *switching* bernilai negatif dan menambah nilai u_{eq} , sehingga memaksa lintasan sistem untuk naik mendekati permukaan *sliding*. Sebaliknya, ketika $s > 0$, pengendali *switching* bernilai positif dan mengurangi nilai u_{eq} , sehingga memaksa sistem untuk turun mendekati permukaan *sliding*.

Pengendali *switching* akan menghasilkan lintasan diskontinu pada permukaan *sliding* dan menghasilkan osilasi yang dikenal dengan fenomena *chattering*. Fenomena *chattering* yang tinggi memiliki dampak negatif, yakni membuat sistem menjadi tidak stabil. Agar sistem kendali stabil, fenomena *chattering* dapat diperkecil dengan mendesain *boundary layer* di sekitar permukaan *sliding*, sehingga dapat ditoleransi oleh peranti elektronik yang digunakan. Gbr. 2 memperlihatkan *boundary layer* sistem yang didesain.



Gbr. 2 *Boundary layer*.

Kestabilan sistem kendali yang dirancang dapat dibuktikan dengan teorema Lyapunov [13].

$$V = \frac{1}{2} s^2, \quad (27)$$

dengan syarat persamaan $V = \frac{1}{2} s^2 > 0$ dan kondisi yang memenuhi syarat kestabilan sistem merupakan turunan pertama dari (27) yang bersifat definit negatif yang ditunjukkan pada (28).

$$\dot{V} = s\dot{s} < 0. \quad (28)$$

B. *Perancangan SMC Konvensional*

Pengendali SMC konvensional terdiri atas kendali ekuivalen dan kendali *switching*. Pada kendali ekuivalen untuk sumbu z , tahap pertama yang dilakukan ialah mendesain kendali permukaan *sliding*. Berikut persamaan permukaan *sliding* yang dirancang.

$$s_5 = \dot{\tilde{n}}_5 + \lambda_5 \tilde{n}_5 \quad (29)$$

$$s_5 = (\dot{x}_5 - \dot{x}_{5d}) + \lambda_5(x_5 - x_{5d}), \quad (30)$$

dengan syarat $\lambda_5 > 0$; \tilde{n}_5 merupakan *error* dari \dot{y} (19) yang dapat dituliskan dengan $(\dot{x}_5 - \dot{x}_{5d})$, artinya \dot{x}_5 aktual dikurangi dengan \dot{x}_{5d} yang diinginkan; \tilde{n}_5 merupakan *error* dari \dot{y} yang didapatkan dari x_5 aktual dikurangi x_{5d} yang diinginkan, kemudian turunan dari s_5 ialah (31).

$$\left. \begin{aligned} \dot{s}_5 &= \ddot{\tilde{n}}_5 + \lambda_5 \dot{\tilde{n}}_5 = 0 \\ 0 &= (\ddot{x}_5 - \ddot{x}_{5d}) + \lambda_5(\dot{x}_5 - \dot{x}_{5d}) \\ 0 &= (\ddot{x}_6 - \ddot{x}_{5d}) + \lambda_5(\dot{x}_5 - \dot{x}_{5d}). \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

Lalu, \dot{x}_6 dapat dituliskan sebagai (32).

$$\dot{x}_6 = \ddot{z} = g - \frac{1}{m}(c_\phi c_\theta)U_1 + \frac{1}{m}d_z. \quad (32)$$

Persamaan (32) disubstitusikan ke (31) menjadi

$$0 = \left(g - \frac{1}{m}(c_\phi c_\theta)U_1 + \frac{1}{m}d_z - \ddot{x}_{5d}\right) + \lambda_5(\dot{x}_5 - \dot{x}_{5d}) \quad (33)$$

dan diperoleh persamaan ekuivalen sebagai berikut.

$$u_{eq} = \frac{m}{\cos x_7 \cdot \cos x_8} \left(g + \frac{1}{m}d_z - \ddot{x}_{5d}\right) + \lambda_5(\dot{x}_5 - \dot{x}_{5d}). \quad (34)$$

Kendali *switching* dari sumbu z dapat dituliskan sebagai berikut.

$$u_s = -K_5 \operatorname{sign}(s_5) \quad (35)$$

$$\operatorname{sign}(s) = \begin{cases} 1, & s > 0 \\ 0, & s = 0 \\ -1, & s < 0 \end{cases} \quad (36)$$

untuk mengurangi efek *chattering*, kendali *switching* menggunakan fungsi saturasi sebagai berikut.

$$\operatorname{sat}\left(\frac{s}{\varphi}\right) = \begin{cases} 1, & \frac{s}{\varphi} > 1 \\ \frac{s}{\varphi}, & \left|\frac{s}{\varphi}\right| \leq 1 \\ -1, & \frac{s}{\varphi} < -1 \end{cases} \quad (37)$$

Akhirnya, pengendali SMC didapatkan dengan menggabungkan (34) dan (35).

$$U_1 = \frac{m}{\cos x_7 \cdot \cos x_8} \left(g + \frac{1}{m}d_z - \ddot{x}_{5d}\right) + \lambda_5(\dot{x}_5 - \dot{x}_{5d}) - K_5 \operatorname{sat}\left(\frac{s_5}{\varphi}\right). \quad (38)$$

Kestabilan sistem dapat dibuktikan menggunakan kestabilan Lyapunov, yakni

$$V = \frac{1}{2}S^2 > 0 \tag{39}$$

dan

$$\begin{aligned} \dot{V} &= s\dot{s} < 0 \\ &= ((\dot{x}_5 - \dot{x}_{5d}) + \lambda_5(x_5 - x_{5d}))((\ddot{x}_5 - \ddot{x}_{5d}) + \lambda_5(\dot{x}_5 - \dot{x}_{5d})) \end{aligned} \tag{40}$$

Persamaan (32) disubstitusikan ke (40),

$$\begin{aligned} \dot{V} &= ((\dot{x}_5 - \dot{x}_{5d}) + \lambda_5(x_5 - x_{5d})) \left((g - \frac{1}{m}(c_\phi c_\theta)U_1 + \frac{1}{m}d_z - \ddot{x}_{5d}) + \lambda_5(\dot{x}_5 - \dot{x}_{5d}) \right) \end{aligned} \tag{41}$$

Kemudian (38) disubstitusikan ke (41)

$$\begin{aligned} \dot{V} &= ((\dot{x}_5 - \dot{x}_{5d}) + \lambda_5(x_5 - x_{5d})) \left((g - \frac{1}{m}(c_\phi c_\theta) \left(\frac{m}{\cos x_7 \cos x_8} \left(g + \frac{1}{m}d_z - \ddot{x}_{5d} \right) + \lambda_5(\dot{x}_5 - \dot{x}_{5d}) - K_5 \operatorname{sat} \left(\frac{s_5}{\varphi} \right) \right) + \frac{1}{m}d_z - \ddot{x}_{5d} \right) + \lambda_5(\dot{x}_5 - \dot{x}_{5d}) \right) \end{aligned} \tag{42}$$

Beberapa persamaan pada (42) dapat dieliminasi dan dipilih K negatif cukup besar untuk mendapatkan kriteria kestabilan Lyapunov.

Dengan cara yang sama, didapatkan kendali masukan u_x dan u_y sebagai berikut.

$$u_x = \left(\frac{d_x}{m} + \ddot{x}_{3d} - \lambda_3(\dot{x}_3 - \dot{x}_{3d}) \right) \frac{m}{U_1} - K_3 \operatorname{sat} \left(\frac{s_3}{\varphi} \right) \tag{43}$$

$$u_y = \left(\frac{d_y}{m} + \ddot{x}_{4d} - \lambda_4(\dot{x}_4 - \dot{x}_{4d}) \right) \frac{m}{U_1} - K_4 \operatorname{sat} \left(\frac{s_4}{\varphi} \right) \tag{44}$$

Persamaan kendali sumbu rotasi dengan SMC adalah sebagai berikut.

$$U_2 = (I_{zz} - I_{yy})x_{11}x_{12} + (\ddot{x}_{9d} - \lambda_9(\dot{x}_9 - \dot{x}_{9d}))I_{xx} - K_9 \operatorname{sat} \left(\frac{s_9}{\varphi} \right) \tag{45}$$

$$U_3 = (I_{xx} - I_{zz})x_{10}x_{12} + (\ddot{x}_{10d} - \lambda_{10}(\dot{x}_{10} - \dot{x}_{10d}))I_{yy} - K_{10} \operatorname{sat} \left(\frac{s_{10}}{\varphi} \right) \tag{46}$$

$$U_4 = (I_{yy} - I_{xx})x_{10}x_{11} + I_{zz}(\ddot{x}_{11d} - \lambda_{11}(\dot{x}_{11} - \dot{x}_{11d})) - K_{11} \operatorname{sat} \left(\frac{s_{11}}{\varphi} \right) \tag{47}$$

C. Perancangan SMC Termodifikasi

Pengendali SMC konvensional tidak *robust* pada tahap *reaching phase* permukaan *sliding*, sehingga dibutuhkan cara untuk meningkatkan keandalan sistem kendali. Pada makalah ini digunakan SMC termodifikasi, yakni formula SMC konvensional yang dimodifikasi agar dapat meningkatkan keandalan sistem dari gangguan dan ketidakpastian. Persamaan pengendali SMC yang telah dimodifikasi adalah sebagai berikut.

$$U_1 = \frac{\hat{m}}{\cos x_7 \cos x_8} \left(g + \frac{1}{\hat{m}}d_z - \ddot{x}_{5d} \right) + \lambda_5(\dot{x}_5 - \dot{x}_{5d}) - \left(\frac{\Delta m}{\cos x_7 \cos x_8} \left(g + \frac{1}{\Delta m}d_z - \ddot{x}_{5d} \right) + \lambda_5(\dot{x}_5 - \dot{x}_{5d}) \right) (K_5) \operatorname{sat} \left(\frac{s_5}{\varphi} \right) \tag{48}$$

$$u_x = \left(\frac{d_x}{\hat{m}} + \ddot{x}_{3d} - \lambda_3(\dot{x}_3 - \dot{x}_{3d}) \right) \frac{\hat{m}}{U_1} - \left(\frac{d_x}{\Delta m} + \ddot{x}_{3d} - \lambda_3(\dot{x}_3 - \dot{x}_{3d}) \right) \frac{\Delta m}{U_1} K_3 \operatorname{sat} \left(\frac{s_3}{\varphi} \right) \tag{49}$$

$$u_y = \left(\frac{d_y}{\hat{m}} + \ddot{x}_{4d} - \lambda_4(\dot{x}_4 - \dot{x}_{4d}) \right) \frac{\hat{m}}{U_1} - \left(\frac{d_y}{\Delta m} + \ddot{x}_{4d} - \lambda_4(\dot{x}_4 - \dot{x}_{4d}) \right) \frac{\Delta m}{U_1} K_4 \operatorname{sat} \left(\frac{s_4}{\varphi} \right) \tag{50}$$

$$U_2 = (\widehat{I}_{zz} - \widehat{I}_{yy})x_{11}x_{12} + (\ddot{x}_{9d} - \lambda_9(\dot{x}_9 - \dot{x}_{9d}))\widehat{I}_{xx} - (\Delta I_{zz} - \Delta I_{yy})x_{11}x_{12} + (\ddot{x}_{9d} - \lambda_9(\dot{x}_9 - \dot{x}_{9d}))\Delta I_{xx} K_9 \operatorname{sat} \left(\frac{s_9}{\varphi} \right) \tag{51}$$

$$U_3 = (\widehat{I}_{xx} - \widehat{I}_{zz})x_{10}x_{12} + (\ddot{x}_{10d} - \lambda_{10}(\dot{x}_{10} - \dot{x}_{10d}))\widehat{I}_{yy} - (\Delta I_{xx} - \Delta I_{zz})x_{10}x_{12} + (\ddot{x}_{10d} - \lambda_{10}(\dot{x}_{10} - \dot{x}_{10d}))\Delta I_{yy} - K_{10} \operatorname{sat} \left(\frac{s_{10}}{\varphi} \right) \tag{52}$$

$$U_4 = (\widehat{I}_{yy} - \widehat{I}_{xx})x_{10}x_{11} + \widehat{I}_{zz}(\ddot{x}_{11d} - \lambda_{11}(\dot{x}_{11} - \dot{x}_{11d})) - (\Delta I_{yy} - \Delta I_{xx})x_{10}x_{11} + \Delta I_{zz}(\ddot{x}_{11d} - \lambda_{11}(\dot{x}_{11} - \dot{x}_{11d})) K_{11} \operatorname{sat} \left(\frac{s_{11}}{\varphi} \right) \tag{53}$$

dengan penjelasan sebagai berikut.

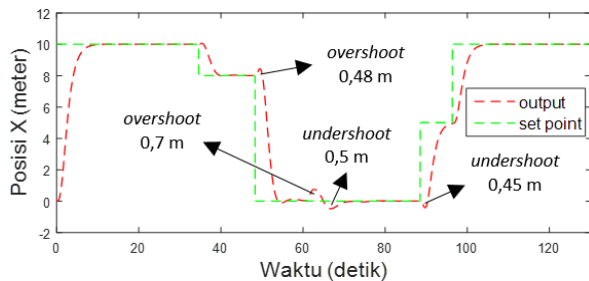
$$\left. \begin{aligned} \hat{m} &= \frac{m_{max} + m_{min}}{2} \\ \Delta m &= \frac{m_{max} - m_{min}}{2} \\ \hat{l} &= \frac{l_{max} + l_{min}}{2} \\ \Delta l &= \frac{l_{max} - l_{min}}{2} \\ \widehat{J}_{xx} &= \frac{j_{xxmax} + j_{xxmin}}{2} \\ \Delta j_{xx} &= \frac{j_{xxmax} - j_{xxmin}}{2} \\ \widehat{J}_{yy} &= \frac{j_{yymax} + j_{yymin}}{2} \\ \Delta j_{yy} &= \frac{j_{yymax} - j_{yymin}}{2} \\ \widehat{J}_{zz} &= \frac{j_{zzmax} + j_{zzmin}}{2} \\ \Delta j_{zz} &= \frac{j_{zzmax} - j_{zzmin}}{2} \end{aligned} \right\} \tag{54}$$

Pada persamaan pengendali SMC yang telah dimodifikasi terdapat kendali ekuivalen dan kendali *switching* yang telah ditambah formula baru. Formula baru tersebut bertujuan untuk

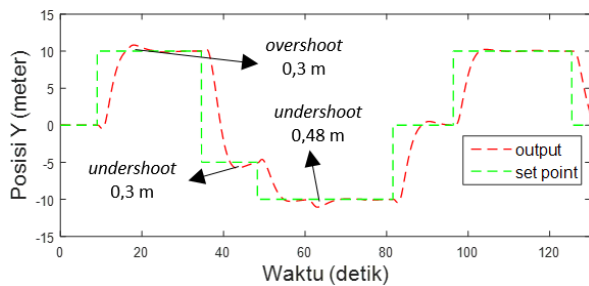
mendapatkan nilai *error*. Nilai *error* ini akan berubah-ubah jika ditambahkan *payload* atau diberikan gangguan pada sistem. *Error* yang berubah-ubah tersebut dikalikan dengan *gain* (K) pada kendali *switching*, sehingga frekuensi kendali *switching* juga berubah-ubah secara adaptif. Semakin besar *error*, maka frekuensi *switching* akan meningkat. Frekuensi *switching* yang tinggi dapat membuat sistem kendali lebih *robust* dari gangguan dan ketidakpastian.

IV. HASIL SIMULASI DAN ANALISIS

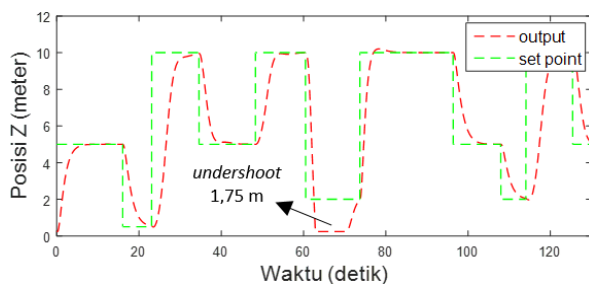
Simulasi dilakukan untuk mengetahui unjuk kerja sistem pengendali SMC yang telah dirancang. Simulasi dilakukan menggunakan Simulink MATLAB. Pada simulasi diberikan *payload* sebagai gangguan eksternal seberat 0,8 kg untuk mengetahui tingkat keandalan pengendali SMC konvensional dengan pengendali SMC termodifikasi. Hasil simulasi ditunjukkan pada Gbr. 3 sampai Gbr. 10. Pada gambar-gambar tersebut terdapat dua garis, yakni satu garis putus-putus berwarna hijau sebagai *set point* atau posisi *quadcopter* yang diinginkan dan satu garis putus-putus berwarna merah sebagai keluaran atau respons dari pengendali yang telah dirancang.



Gbr. 3 Pergerakan sumbu x menggunakan pengendali SMC konvensional.



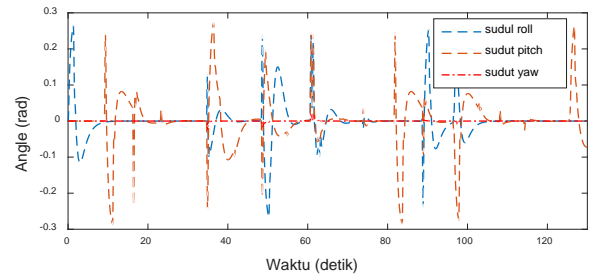
Gbr. 4 Pergerakan sumbu y menggunakan pengendali SMC konvensional.



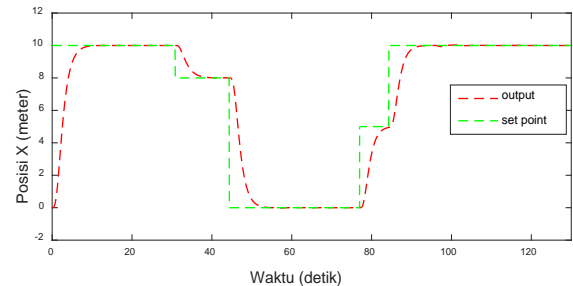
Gbr. 5 Pergerakan sumbu z menggunakan pengendali SMC konvensional.

Respons pengendali SMC konvensional diperlihatkan pada Gbr. 3 sampai Gbr. 6. Gbr. 3 dan Gbr. 4 menunjukkan bahwa keluaran dapat mengikuti *set point*, tetapi terdapat *overshoot*

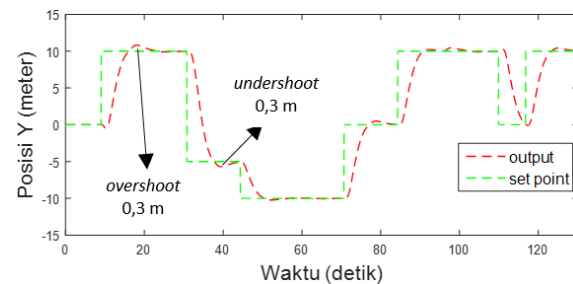
dan *undershoot*. Dari Gbr. 3 tampak bahwa pada keluaran pergerakan *quadcopter* terhadap sumbu x terdapat *overshoot* sebesar 0,48 meter pada detik ke-48 dan 0,7 meter pada detik ke-63. Kemudian, terdapat *undershoot* sebesar 0,5 meter pada detik ke-67. Sedangkan dari Gbr. 4, tampak bahwa pada keluaran pergerakan *quadcopter* terhadap sumbu y terdapat *overshoot* sebesar 0,3 meter pada detik ke-17, serta terdapat *undershoot* sebesar 0,3 meter pada detik ke-42 dan 0,48 meter pada detik ke-62. Dari Gbr. 5, terlihat bahwa pada respons pengendali terhadap sumbu z terdapat *undershoot* yang cukup besar, yakni 1,75 meter pada detik ke-62. Hal ini terjadi karena beban atau *payload* 0,8 kg memengaruhi terbang *quadcopter* secara vertikal.



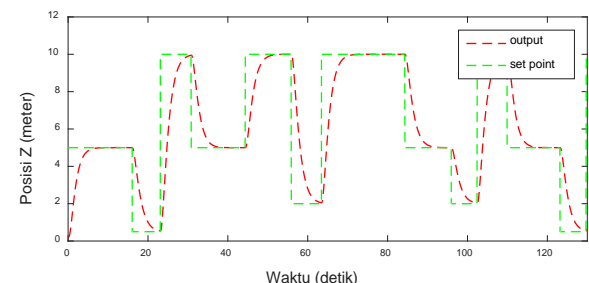
Gbr. 6 Sudut roll, pitch, dan yaw menggunakan pengendali SMC konvensional.



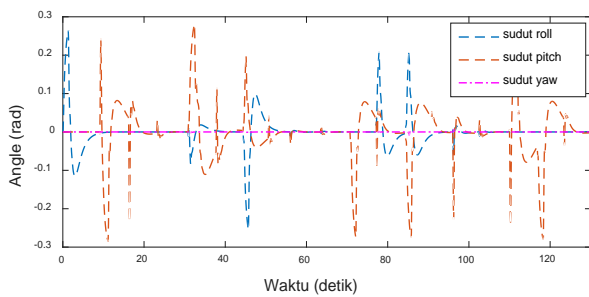
Gbr. 7 Pergerakan sumbu x menggunakan pengendali SMC termodifikasi.



Gbr. 8 Pergerakan sumbu y menggunakan pengendali SMC termodifikasi.



Gbr. 9 Pergerakan sumbu z menggunakan pengendali SMC termodifikasi.



Gbr. 10 Sudut *roll*, *pitch*, dan *yaw* menggunakan pengendali SMC termodifikasi.

Respons pengendali SMC termodifikasi diperlihatkan pada Gbr. 7 sampai Gbr. 10. Gbr. 7 dan Gbr. 9 menunjukkan respons dari pergerakan sumbu x dan z terhadap *set point* tidak mengalami *overshoot* dan *undershoot*. Namun, pada Gbr. 8, respons pengendali pada sumbu y mengalami *overshoot* dan *undershoot* sebesar 0,3 meter. Berdasarkan data simulasi, secara keseluruhan unjuk kerja pengendali SMC yang telah dimodifikasi lebih baik bila dibandingkan dengan respons pengendali SMC konvensional. Ini karena pada kendali termodifikasi terdapat parameter tambahan yang memengaruhi besar *gain* pada kendali *switching*. Apabila terjadi nilai *error* yang besar, maka *gain* pada kendali juga besar. Dengan bertambahnya nilai *switching*, maka tingkat *robustness* juga akan meningkat.

V. KESIMPULAN

Metode SMC yang telah dimodifikasi memiliki tingkat keandalan yang lebih baik dibandingkan dengan pengendali SMC konvensional. Pada pengendali SMC termodifikasi terdapat parameter yang memengaruhi nilai *gain* pada kendali *switching*. Nilai *gain* ini akan berubah-ubah secara adaptif menyesuaikan besaran *error* yang diterima. Semakin besar *error*, semakin tinggi nilai pengali *switching*, sehingga tingkat keandalan dapat meningkat. Berdasarkan hasil simulasi, pengendali yang dirancang memiliki unjuk kerja yang baik. Penelitian berikutnya dapat dilakukan dengan mengimplementasikan pengendali yang dirancang pada *quadcopter*, sehingga nantinya akan didapatkan perbandingan keandalan sistem pengendali pada simulasi dan implementasi.

UCAPAN TERIMA KASIH

Ucapan terima kasih disampaikan kepada LP3 Institut Teknologi Sumatera yang telah memberikan hibah penelitian unggulan pada tahun 2018.

REFERENSI

- [1] B. Vergouw, H. Nagel, G. Bondt, dan B. Custers, "Drone Technology: Types, Payloads, Applications, Frequency Spectrum Issues and Future Developments," dalam *Information Technology and Law Series*, Vol. 27, B. Custers (Ed), The Hague, The Netherlands: T.M.C. Asser Press, 2016, hal. 21-45.
- [2] V.L. Foreman, F.M. Favaro, dan J.H. Saleh, "Analysis of Software Contributions to Military Aviation and Drone Mishaps," *Reliability and Maintainability Symposium*, 2014, hal. 1-6.
- [3] R. Schneiderman, "Unmanned Drones are Flying High in the Military/Aerospace Sector [Spec. Reports]," *IEEE Signal Processing Magazine*, Vol. 29, No. 1, hal. 8-11, Jan. 2012.
- [4] W.K. Lee dan K.W. Lee, "Experimental Operation of Drone Micro-SAR with Efficient Time-Varying Velocity Compensation," *IET Journals and Magazines*, Vol. 53, No. 10, hal. 682-683, 2017.
- [5] W.M. Boerner dan J.J. Morisaki, "From Airborne via Drones to Spaceborne Polarimetric-Interferometric SAR Environmental Stress-change Monitoring-comparative Assessment of Applications," *International Conference on Microwaves, Radar and Wireless Communications*, 2014, hal. 901-904.
- [6] P.V.P. Reddy, K.S. Reddy, dan N.V. Reddy, "Design and Development of Drone for Agriculture Applications," *International Journal of Latest Engineering and Management Research*, Vol. 2. No. 7, hal. 50-57, Jul. 2017.
- [7] D. Murugan, A. Garg, dan D. Singh, "Development of an Adaptive Approach for Precision Agriculture Monitoring with Drone and Satellite Data," *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, Vol. 10, No. 12, hal. 5322-5328, Des. 2017.
- [8] H. Bolandi, M. Rezaei, R. Mohsebipour, H. Nemati, dan S.M. Smailzadeh, "Attitude Control of a Quadcopter with Optimized PID Controller," *Intelligent Control and Automation*, Vol. 4, No. 3, hal 335-342, 2013.
- [9] V. Indrawati, A. Prayitno, dan T.A. Kusuma, "Waypoint Navigation of AR. Drone Quadcopter using Fuzzy Logic Controller," *TELKOMNIKA*, Vol. 13, No. 3, hal. 930-939, 2015.
- [10] D.C. Tosun dan H. Korul, "LQR Control of a Quadrotor Helicopter," *New Developments in Pure and Applied Mathematics*, hal. 247-252, 2015.
- [11] S. Reddy, D.P. Biradar, B.L. Desai, V.C. Patil, P. Patil, V.B. Naragund, V. Desai, W. John, S.M. Channangi, dan V. Tulasigeri, "Prototype Unmanned Aerial Sprayer for Plant Protection in Agricultural and Horticultural Crops," *14th International Conference on Precision Agriculture*, 2018, hal. 1-14.
- [12] J. Liu dan X. Wang, *Advanced Sliding Mode Control for Mechanical Systems*, Beijing, China: Tsinghua University Press, 2012.
- [13] C. Edwards dan S.K. Spurgeon, *Sliding Mode Control: Theory and Applications*, Padstow, UK: T.J. International Ltd., 1998.
- [14] A. Ataka, H. Tnunay, R. Inovon, M. Abdurrohman, H. Preastianto, A.I. Cahyadi, dan Y. Yamamoto, "Controllability and Observability Analysis of the Gain Scheduling Based Linearization for UAV Quadcopter," *International Conference on Robotics, Biometrics, Intelligent Computational System*, 2013, hal. 212-218.
- [15] K.S. Fu, R.C. Gonzalez, dan C.S.G. Lee, *Robotics: Control, Sensing, Vision, and Intelligence*, New York, USA: McGraw-Hill, 1987.
- [16] F. Sabatino, "Quadcopter Control: Modeling, Nonlinear Control Design, and Simulation," Thesis, KTH Royal Institute of Technology, Stockholm, Sweden, 2015.