Jurnal Matematika Thales (JMT): 2022 ISSN: 2715-1891
Vol. 04 No. 01

ALOKASI BIAYA DISTRIBUSI PENGIRIMAN BARANG YANG ADIL DAN MENGHARGAI FLEKSIBILITAS WAKTU MENGGUNAKAN PENDEKATAN TEORI PERMAINAN KOOPERATIF: NILAI SHAPLEY DAN *NUCLEOLUS*

(FAIR ALLOCATION OF DELIVERY DISTRIBUTION COSTS AND APPRECIATE FLEXIBILITY OF TIME USING COOPERATIVE GAME THEORY APPROACH: SHAPLEY VALUE AND NUCLEOLUS)

INA SALAMATUL MUFARICHA*, SALMAH

Abstract. In logistics service company, the division of distribution cost allocation is essential so that producer companies that entrust the delivery of their products can obtain a lower distribution allocation cost compared to when the producer companies send them independently. Flexibility in delivery time is an option to reduce the total cost allocation. However, not all producing companies are willing to have flexible delivery times. The cooperative game theory approach, the Shapley value and nucleolus, can be a solution so that flexibility can be exercised and fairness in the distribution of cost allocations can be achieved.

Keywords: Logistics, Flexible, Cooperative Game Theory, Shapley Value, Nucleolus.

Abstrak. Pada perusahaan jasa logistik, pembagian alokasi biaya distribusi sangat penting agar perusahaan-perusahaan produsen yang mempercayakan pengiriman hasil produksi dapat memperoleh biaya alokasi distribusi yang rendah dibandingkan dengan ketika perusahaan produsen mengirimkannya secara mandiri. Fleksibilitas waktu pengiriman menjadi salah satu pilihan agar bisa menekan total alokasi biaya. Namun tidak semua perusahaan produsen bersedia fleksibilitas waktu pengiriman. Pendekatan teori permainan kooperatif, yaitu nilai Shapley dan nucleolus bisa menjadi solusi agar fleksibilitas dapat dilakukan dan keadilah pembagian alokasi biaya dapat tercapai.

Kata-kata kunci: Logistik, Fleksibel, Teori Permainan Kooperatif, Nilai Shapley, Nucleolus.

1. PENDAHULUAN

Kolaborasi Horizontal diartikan sebagai kolaborasi pada perusahaan yang beroperasi pada tingkat yang sama. Salah satunya pada tingkat pendistribusian barang. Perusahaan produsen dalam melakukan pengiriman barang selalu menginginkan alokasi biaya distribusi yang murah. Kolaborasi horizontal bisa menjadi alternatif pilihan bagi perusahaan produsen karena dengan kolaborasi ini perusahaan produsen dapat bekerjasama dengan perusahaan produsen yang lain. Kolaborasi horizontal memiliki banyak manfaat dalam menekan alokasi biaya. Hal ini didukung dengan adanya kolaborasi horizontal yang ada pada maskapai penerbangan (Oum dkk, 2004), sistem angkutan kota (Gonzalez-Feliu dan Salanova, 2012), dan transportasi pengangkutan kayu di Swedia (Frisk dkk, 2007).

Dalam melakukan kolaborasi horizontal, perusahaan produsen memerlukan pihak ketiga yaitu perusahaan jasa logistik yang bisa menjadi perantara perusahaan produsen dapat bekerjasama dengan perusahaaan produsen lainnya. Oleh karena itu, perusahaan jasa logistik berusaha agar kerjasama antar perusahaan-perusahaan produsen tetap terjalin dengan memberikan alokasi biaya distribusi yang adil. Pembagian alokasi biaya ini juga menjadi salah satu kendala pada kolaborasi horizontal pada penitian yang dilakukan oleh Cruijssen dkk. (2007).

Pendekatan teori permainan kooperatif, yaitu nilai Shapley (Kalai dan Samet, 1987) dan nucleolus (Schmeidler, 1969) dapat menjadi pilihan dalam menentukan alokasi biaya yang adil. Hal ini penting dilakukan karena setiap perusahaan produsen memiliki kontribusi yang berbeda-beda dalam menentukan total alokasi biaya distribusi ketika bekerjasama sehingga alokasi biaya yang didapatkan juga berbeda-beda. Pembagian alokasi biaya yang tidak adil bisa menyebabkan perusahaan produsen beralih ke perusahaan logistik lainnya atau memutuskan untuk melakukan distribusi barang secara mandiri.

Setelah memperhatikan pembagian alokasi biaya yang adil, perusahaan logistik perlu memikirkan adanya strategi pengiriman barang agar total alokasi biaya menjadi lebih rendah. Salah satu yang mungkin bisa dilakukan adalah fleksibilitas atau kelonggaran waktu pengiriman barang. Adanya fleksibilitas ini menjadikan perusahaan logistik dapat mendistribusikan barang dengan lebih efisien (Vanovermeire dan Sorensen, 2014).

Di lain pihak, terdapat perusahaan produsen yang tidak bersedia waktu pengirimannya fleksibel. Oleh karena itu perlu adanya apresiasi bagi perusahaan produsen yang bersedia waktu pengirimannya fleksibel berupa alokasi biaya distribusi yang lebih rendah. Apresiasi ini juga harus mempertimbangkan perusahaan-perusahaan produsen lain yang tidak bersedia waktu pengirimannya fleksibel.

Berdasarkan paper yang ditulis oleh Vanovermeire dan Sorensen (2014) terdapat lima metode alokasi biaya, dua di antaranya adalah nilai Shapley dan nucleolus yang merupakan bagian dari teori permainan kooperatif. Menurut Vanovermeire dan Sorensen, fleksibilitas dapat menekan alokasi biaya distribusi dengan melibatkan tiga perusahaan produsen. Selanjutnya pada paper ini akan diteliti pembagian alokasi biaya distribusi menggunakan pendekatan teori permainan kooperatif, nilai Shapley dan nucleolus, melibatkan empat perusahaan produsen dengan beberapa kondisi. Kondisi yang dimaksud adalah ketika tidak ada perusahaan yang bersedia waktu pengirimannya fleksibel, terdapat satu perusahaan yang fleksibel, dan ketika semua perusahaan produsen bersedia waktu pengirimannya fleksibel.

2. TEORI PERMAINAN KOOPERATIF

Pada permainan kooperatif, pihak-pihak yang terlibat diperbolehkan untuk saling berkomunikasi dan membuat perjanjian yang saling mengikat. Kesepakatan yang terjadi secara umum, semua pihak (pemain) memperoleh hasil yang lebih baik karena jika tidak maka kerjasama tidak bisa dilanjutkan. Faktor inilah yang menyebabkan permainan koooperatif berfokus pada hasil (payoff) dan koalisi bukan pada strategi seperti halnya pada permainan non-kooperatif. Pertanyaan mendasar dalam permainan kooperatif (N, v) adalah koalisi mana yang akan terbentuk dan bagaimana seharusnya hasil dari koalisi tersebut didistribusikan di antara anggota-anggota koalisi. Terdapat dua metode dalam pembagian hasil (payoff) dalam teori permainan kooperatif, yaitu nilai Shapley dan nucleolus.

2.1. **NILAI SHAPLEY.** Dasar pemikiran dari nilai Shapley adalah mengawankan para pemain dengan suatu vektor tertentu yang akan menjadi hasil bagi untuk para pemain dan juga mencerminkan kekuatann masing-masing anggota. Konsep core berguna sebagai ukuran kestabilan dan dapat menyajikan serangkaian imputasi tanpa membedakan satu titik dari himpunan yang lebih disukai daripada yang lain.

Lebih jauh, konsep nilai Shapley adalah seseorang mencoba menetapkan ke setiap permainan dalam bentuk koalisi sebuah vektor payoff yang tunggal yang disebut nilai. Masuknya vektor ke- i dapat dianggap sebagai ukuran nilai atau kekuatan pemain ke-i dalam permainan. Vektor nilai Shapley dianggap sebagai hasil dari permainan yang adil dan tidak memihak.

Fungsi nilai (disimbolkan dengan ϕ) adalah fungsi yang mengawankan setiap fungsi karakteristik v kepada n pemain, $\phi(v) = (\phi_1(v), \phi_2(v), \ldots, \phi_n(v))$ untuk setiap bilangan real. Simbol $\phi_i(v)$ mempresentasikan nilai atau nilai pemain i dalam permainan dengan fungsi karakteristik v.

Aksioma keadilan harus dipenuhi pada fungsi ϕ_i, diberikan dalam aksioma Shapley sebagai berikut:

(1) Aksioma efisiensi yaitu untuk setiap pemain N jika $\sum_{i \in N} \phi_i(v) = v(N)$ maka ϕ_i dikatakan efisien. Aksioma ini dapat diartikan sebagai rasional kelompok.
(2) Aksioma simetri yaitu jika i dan j bersifat $v(S \cup i) = v(S \cup j)$ untuk setiap koalisi yang memuat i dan j maka $\phi_i(v) = \phi_j(v)$. Aksioma ini menyatakan bahwa jika i dan j simetri maka yang diterima kedua pemain harus sama.
(3) Aksioma dummy yaitu jika i memenuhi $v(S) = v(S \cup i)$ untuk setiap koalisi S yang tidak memuat i maka $\phi_i(v) = 0$. Aksioma ini menyatakan bahwa jika seorang pemain adalah dummy maka dia tidak memperoleh bagian (perolehannya adalah nol).

(4) Aksioma additivity yaitu jika u dan v fungsi karakteristik maka berlaku $\phi(u+v) = \phi(u) + \phi(v)$. Aksioma ini menyatakan bahwa jika dua permainan dimainkan pada waktu yang sama akan menjadi jumlahan dari masing-masing permainan jika dimainkan pada waktu yang berbeda. Catatan : Jika u dan v fungsi karakteristik maka $u+v$ juga fungsi karakteristik.

Bedasarkan aksioma-aksioma keadilan nilai Shapley, diberikan teorema berikut.

Teorema 2.1. *Nilai Shapley disimbolkan dengan $\phi = (\phi_1, \ldots, \phi_n)$, dengan $i = 1, \ldots, n$,*

$$\phi_i(v) = \sum_{S \subset N, i \in S} \frac{(|S|-1)!(n-|S|)!}{n!}[v(S) - v(S-i)] \tag{2.1}$$

Pembuktian Teorema 2.1 dapat dilihat di Ferguson (2008).

2.2. **NUCLEOLUS.** Nucleolus bertujuan untuk menemukan imputasi $x = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ yang meminimalkan ketidakadilan terburuk atau dengan kata lain nucleolus berusaha meminimalkan ketidakpuasan maksimum. Sebelum diberikan definisi nucleolus, terlebih dahulu diberikan definisi excess yang sangat erat kaitannya dengan nucleolus.

Definisi 2.2. *Untuk setiap vektor $x \in \mathbb{R}^N$ dan setiap koalisi $S \subseteq N$,*

$$e(S, x) := v(S) - x(S) \tag{2.2}$$

disebut excess dari koalisi S di x.

Diketahui bahwa $v(S)$ adalah fungsi karakteristik koalisi S sedangkan $x(S)$ adalah imputasi koalisi S. Semakin besar negatif dari nilai excess suatu koalisi S maka keuntungan yang didapat koalisi S akan semakin besar.

Definisi 2.3. *Diberikan $a = (a_1, a_2, \ldots, a_d)$ dan $b = (b_1, b_2, \ldots, b_d)$ adalah dua vektor di $\mathbb{R}^d$. Kemudian $a \succeq_L b$ jika $a = b$ atau terdapat bilangan bulat $k, 1 \leq k \leq d$ sehingga $a_k > b_k$, dan $a_i = b_i$ untuk setiap $1 \leq i < k$. Relasi order ini disebut order leksikografi.*

Definisi 2.4. *Diberikan permainan kooperatif $(N; v)$ dan $K \subseteq \mathbb{R}^N$. Nucleolus permainan kooperatif $(N; v)$ terhadap K adalah*

$$\boldsymbol{N}(N; v; K) := \{x \in K \mid \theta(x) \preceq_L \theta(y), \forall y \in K\} \tag{2.3}$$

Teorema 2.5. ***(Ketakkosongan Nucleolus)*** *Untuk setiap permaian kooperatif $(N; v)$ dan setiap himpunan tak kosong dan $K \subseteq \mathbb{R}^N$, nucleolus dari permainan $(N; v)$ terhadap K adalah himpunan kompak tak kosong.*

Teorema 2.6. ***(Ketunggalan Nucleolus)*** *Diberikan permainan kooperatif $(N; v)$ dan $K \subseteq \mathbb{R}^N$ adalah himpunan konvek. Maka nucleolus $\mathbb{N}(N; v; K)$ mengandung paling banyak satu titik.*

Pembuktian Teorema 2.5 dan 2.6 dapat dilihat di Maschler dkk. (2013).

Nucleolus muncul sebagai solusi yang akan direkomendasikan oleh seorang arbiter (orang/pihak ketiga yang disepakati oleh para pemain yang berkoalisi) untuk membagi kuantitas $v(N)$ di antara para pemain jika dia menggunakan prosedur berikut: pertama, mencari imputasi x sedemikian sehingga $\theta_1(x)$ minimal karena $\theta_1(x)$ mengukur besarnya keluhan maksimal terhadap x arbiter ingin meminimalkannya. Setelah menyelesaikan, arbiter beralih mencari vektor yang meminimalkan keluhan tertinggi kedua, $\theta_2(x)$, dan seterusnya.

Berikut adalah langkah-langkah mencari nucleolus.

(1) **Langkah 1**: Meminimalkan excess yang maksimal

Menyelesaikan program linear berikut dengan $x_1, x_2, \ldots, x_n, t$ tidak diketahui. Hitung:

$$\min t$$

kendala:

$$\begin{aligned} e(S,x) &\leq t, \forall S \subseteq N \\ x(N) = v(N), x_i &\geq v(i), \forall i \in N \end{aligned} \tag{2.4}$$

Dilambangkan dengan θ_1 nilai program ini, dan dengan X_1 himpunan vektor dengan excess minimum tercapai:

$$X_1 := \{x \in X(N;v) \mid e(S,x) \leq \theta_1, \forall S \subseteq N\} \tag{2.5}$$

Dilambangkan dengan Σ_1 himpunan semua koalisi dengan excess maksimal θ_1 dicapai di semua $x \in X_1$:

$$\Sigma_1 := \{S \subseteq N \mid e(S,x) = \theta_1, \forall x \in X_1\} \tag{2.6}$$

Himpunan Σ_1 tidak kosong. Untuk melihat hal ini, perhatikan bahwa dengan definisi θ_1, dimiliki $e(S,x) \leq \theta_1$ untuk setiap $x \in X_1$, dan untuk setiap koalisi S.

(2) **Langkah 2**: Meminimumkan excess kedua yang maksimal.

Menyelesaikan program linear berikut dengan $x_1, x_2, \ldots, x_n, t$ tidak diketahui. Hitung:

$$\min t \tag{2.7}$$

kendala:

$$\begin{aligned} e(S,x) &= \theta_1, \forall S \in \Sigma_1 \\ e(S,x) &\leq t, \forall S \notin \Sigma_1 \\ x(N) = v(N), x_i &\geq v(i), \forall i \in N \end{aligned} \tag{2.8}$$

Nilai program ini dinyatakan dengan θ_2, dengan X_2 himpunan semua vektor dengan minimum dicapai, dan dengan Σ_2 himpunan semua koalisi (a) yang tidak dalam Σ_1, dan (b) dengan nilainya Σ_2 dicapai untuk semua $x \in X_2$. Seperti sebelumnya, Σ_2 tidak kosong.

Dilanjutkan menerapkan prosedur ini secara berulang dengan cara yang sama untuk mendefinisikan kumpulan koalisi $\Sigma_3, \Sigma_4, \ldots$ Karena koleksi ini terputus-putus, ada $L > 0$ sehingga Σ_L tidak kosong, dan gabungan $\bigcup_{l=1}^{L} \Sigma_l$ berisi semua koalisi. Himpunan dari imputasi X_L berisi satu vektor, nucleolus dari permainan.

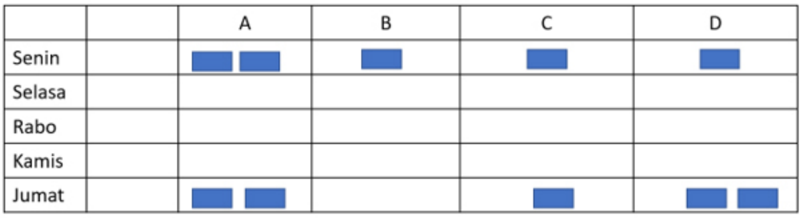
3. ALOKASI BIAYA DISTRIBUSI YANG ADIL DAN MENGHARGAI FLEKSIBILITAS WAKTU PENGIRIMAN

Perusahaan logistik berperan mengatur pesanan dari semua perusahaan produsen yang mempercayakan pengirimannya termasuk didalamnya distribusi barang dan alokasi biayanya. Oleh karena itu, perusahaan logistik harus memikirkan tujuan perusahaan-perusahaan produsen menggunakan jasa pengirimannya agar mendapatkan alokasi biaya yang lebih rendah daripada perusahaan-perusahaan produsen tersebut mengirimkannya secara mandiri. Alokasi biaya yang ditawarkan oleh perusahaan logistik harus bisa memenuhi sifat rasional individu dan rasional kelompok. Kedua sifat ini merupakan salah satu bagian yang dibahas dalam teori permainan kooperatif (Ferguson, 2008).

Dalam teori permainan kooperatif, rasional individu adalah keadaan di mana pemain, dalam hal ini adalah perusahaan produsen mengharapkan keuntungan lebih banyak daripada mereka bekerja secara mandiri sedangkan rasional kelompok adalah jumlah total alokasi biaya yang diterima masing-masing perusahaan produsen sama dengan jumlah alokasi biaya yang didapat ketika para pemain (perusahaan produsen) bekerjasama. Pada masalah alokasi biaya distribusi pengiriman barang, keuntungan perusahaan produsen adalah alokasi biaya yang rendah sehingga semakin kecil alokasi biaya yang didapat oleh perusahaan produsen, maka keuntungan akan semakin besar. Simbol N didefinisikan sebagai jumlah perusahaan produsen yang mempercayakan pengiriman barangnya pada perusahaan logistik yang sama. Simbol S adalah koalisi dari perusahaan produsen dengan $S \subseteq N$, simbol $c(S)$ adalah alokasi biaya koalisi S dan $x(i)$ adalah alokasi biaya distribusi perusahaan i yang didapatkan ketika bekerjasama.

Setiap perusahaan produsen yang bekerjasama memungkinkan memiliki kontribusi yang berbeda-beda dalam menekan alokasi biaya distribusi. Hal ini bisa terjadi karena pemilihan waktu pendistribusian barang, banyak sedikitnya barang atau faktor-faktor lainnya. Pembagian alokasi biaya yang adil sangat diperlukan agar perusahaan produsen tidak keluar dari kerjasama sehingga memutuskan untuk mengirimkannya secara mandiri atau mencari jasa logistik lain. Meskipun demikian, secara intuitif definisi keadilan sangat sulit untuk dicapai karena keadilan dapat dirasakan secara berbeda berdasarkan kondisi tertentu. Namun beberapa konsep dalam teori permainan kooperatif, yaitu nilai Shapley bisa menjadi solusi pendekatan agar keadilan dapat tercapai.

Dimisalkan terdapat suatu perusahaan jasa logistik yang dipercaya oleh empat perusahaan produsen. Perusahaan logistik memiliki waktu pengiriman lima hari dalam seminggu, yaitu Senin, Selasa, Rabo, Kamis, dan Jumat. Perusahaan logistik memberikan jumlah maksimal untuk setiap perusahaan per harinya, yaitu dua truk. Perusahaan A memiliki sebanyak empat truk pengiriman dalam seminggu, dua truk di hari senin dan dua truk dihari kamis. Perusahaan B hanya memiliki satu truk pengiriman dalam seminggu, yaitu hari Selasa. Perusahaan C memiliki pengiriman sebanyak dua truk dalam seminggu, yaitu hari Senin dan Jumat. Perusahaan D memiliki pengiriman sebanyak tiga truk dalam seminggu yaitu hari Senin, Selasa, dan Kamis. Berikut diberikan ilustrasi pengiriman berdasarkan keterangan jumlah dan hari pengiriman masing-masing perusahaan produsen.

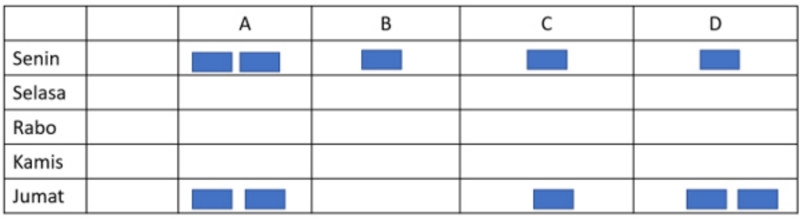


Gambar 1. Ilustrasi Pengiriman Barang Ketika Perusahaan Produsen Tidak Bersedia Waktu Pengirimannya Fleksibel

Gambar 1 dapat dibuat menjadi fungsi karaketristik pada teori permainan. Banyak $c(S)$ didasarkan pada jumlah waktu(hari) pengiriman. Sebagai contoh untuk alokasi biaya perusahaan A adalah $c(A) = 2$ karena terdapat dua hari pengiriman dalam seminggu. Kemudian alokasi biaya koalisi perusahaan A dan B dinotasikan dengan $c(AB) = 3$ karena jika perusahaan A dan B berkoalisi akan ada tiga hari waktu pengiriman, yaitu hari Senin, Selasa, dan Rabo.

Ilustrasi berikutnya adalah terdapat satu perusahaan yang bersedia waktu pengirimannya fleksibel dengan menggunakan aturan waktu (hari) pengiriman yang sama. Oleh karena itu, waktu pengiriman dari perusahaan yang bersedia waktu pengirimannya fleksibel akan disesuaikan dengan hari pengiriman perusahaan lain yang tidak bersedia waktu pengirimannya fleksibel. Akan diberikan tiga ilustrasi, yaitu A saja yang fleksibel, B saja yang fleksibel, dan D saja fleksibel.

Terakhir, diberikan ilustrasi jika semua perusahaan bersedia waktu pengirimannya fleksibel. Berdasarkan Gambar 1, diputuskan bahwa akan ada dua pengiriman dalam seminggu, yaitu hari senin dan jumat. Hal ini bisa saja berubah-ubah bergantung pada hari yang dinginkan jasa logistik di mana waktu (hari) tersebut senggang sehingga ketika melakukan pendistribusian barang lancar, tidak terjadi kemacetan, resiko kecelakaan kecil dan dapat menghemat bahan bakar. Perusahaan C ditetapkan pengirimanya dihari senin dan jumat karena dari sebelum melakukan fleksibilitas waktu pengiriman, perusahaan C mengirimkannya di dua hari tersebut. Berikut diberikan gambar ketika semua perusahaan bersedia waktu pengirimannya fleksibel.



Gambar 2. Ilustrasi Pengiriman Barang Ketika Semua Perusahaan Produsen Bersedia Waktu Pengirimannya Fleksibel

Kelima ilustrasi yang sudah disebutkan di atas dapat dibentuk sebagai alokasi biaya yang merupakan fungsi karakteristik dalam teori permainan kooperatif. Berikut adalah alokasi biaya untuk setiap kondisi kelima ilustrasi tersebut.

$c(S)$	Tidak ada yang fleksibel	A flesibel	B fleksibel	D fleksibel	Semua fleksibel
$\{A\}$	2	2	2	2	2
$\{B\}$	1	1	1	1	1
$\{C\}$	2	2	2	2	2
$\{D\}$	3	3	3	2	2
$\{AB\}$	3	2	2	3	2
$\{AC\}$	3	2	3	3	2
$\{AD\}$	4	3	4	2	2
$\{BC\}$	3	3	2	3	2
$\{BD\}$	3	3	3	2	2
$\{CD\}$	3	3	3	2	2
$\{ABC\}$	4	3	3	4	2
$\{ABD\}$	4	3	4	3	2
$\{ACD\}$	4	3	3	3	2
$\{BCD\}$	3	3	3	3	2
$\{ABCD\}$	4	3	4	4	2

Tabel 1. Alokasi Biaya Untuk setiap ilustrasi

Perlu diketahui bahwa tujuan dari mencari nilai Shapley dan nucleolus adalah mendapatkan alokasi biaya distribusi yang lebih rendah jika dibandingkan dengan mengirimkannya secara mandiri dan untuk menambah kontribusi setiap perusahaan dalam menekan total alokasi biaya distribusi maka ditawarkanlah fleksibilitas waktu dalam distribusi barang. Oleh karena itu, tujuan nucleolus adalah memaksimalkan excess-excess yang minimum. Diketahui Definisi 2.2 maka definisi excess dapat ditulis ulang sebagai

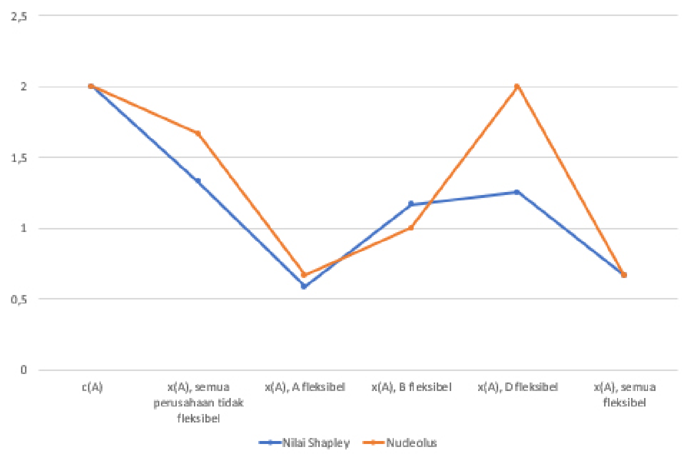
$$e(S, x) := c(S) - x(S) \tag{3.1}$$

Karena yang diharapkan adalah $x(S)$ yang rendah, maka semakin besar excess, semakin besar pula kepuasan perusahaan dengan alokasi biaya distribusi yang diterima. Menggunakan Teorema 2.1 untuk menghitung Nilai Shapley dan algoritma 2.2 untuk menghitung nucleolus, maka diperoleh pembagian alokasi biaya distribusi untuk setiap kondisi sebagai berikut:

	Nilai Shapley	Nucleolus	Total Alokasi Biaya
Tidak ada perusahaan yang fleksibel	$(1,33; 0,5; 0,833; 1,33)$	$(1,667; 0,667; 0,667; 1)$	4
A fleksibel	$(0,583; 0,417; 0,75; 1,25)$	$(0,667; 0,667; 0,667; 1)$	3
B fleksibel	$(1,167; 0,5; 0,667; 1,167)$	$(1; 1; 0,5; 1,5)$	4
D fleksibel	$(1,25; 0,916; 1,25; 0,583)$	$(2, 1, 1, 0)$	4
Semua fleksibel	$(0,667; 0,167; 0,5; 0,677)$	$(0,667; 0,333; 0,333; 0,667)$	2

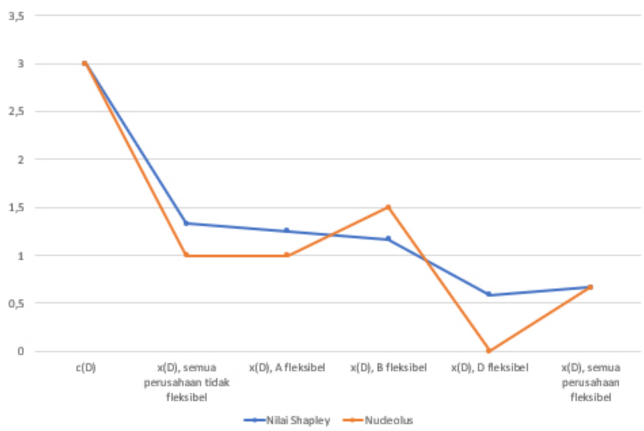
Tabel 2. Nilai Shapley dan nucleolus dengan 5 kondisi.

Berdasarkan Tabel 2, fleksibilitas belum tentu bisa menekan total alokasi biaya. Ketika perusahaan A saja yang fleksibel atau semua perusahaan fleksibel total alokasi biaya distribusi signifikan turun. Namun ketika perusahaan B saja atau perusahaan D saja yang waktu pengirimannya fleksibel, total alokasi biaya distribusi besarnya sama dengan ketika tidak ada satupun perusahaan yang bersedia waktu pengirimannya fleksibel.



Gambar 3. Alokasi biaya perusahaan A

GAMBAR 4. Alokasi biaya perusahaan B



GAMBAR 5. Alokasi biaya perusahaan D

Gambar 3 menunjukkan fleksibitas waktu pengiriman dapat menurunkan alokasi biaya distribusi bagi perusahaan A baik menggunakan nilai Shapley maupun nucleolus. Gambar 4 dan 5 menunjukkan ketika perusahaan A fleksibel, alokasi biaya distribusi untuk perusahaan A dan D juga tetap diperhatikan meskipun tidak bersedia waktu pengirimannya fleksibel. Bagi perusahaan logistik dapat memberikan alokasi biaya distribusi kepada perusahaan B, C dan D ketika semua perusahaan tidak fleksibel dan kelebihannya bisa menjadi keuntungan bagi perusahaan logistik. Sebagai contoh dengan menggunakan nilai Shapley, ketika A fleksibel maka perusahaan A mendapatkan $x(A) = 0,583$, perusahaan B mendapatkan $x(B) = 0,5$, perusahaan C mendapatkan

$x(C) = 0,833$, dan perusahaan D mendapatkan $x(D) = 1,333$. Oleh karena itu, total alokasi biaya distribusi yang dibutuhkan adalah $x = 3,246$ yang memiliki selisih 0,246 dari total alokasi biaya distribusi ketika A saja yang fleksibel. Kelebihan ini bisa menjadi milik perusahaan logistik.

Sedangkan jika memakai metode nucleolus, ketika perusahaan A saja yang fleksibel, perusahaan A mendapatkan alokasi biaya $x(A) = 0,667$, perusahaan B mendapatkan $x(B) = 0,667$, perusahaan C mendapatkan $x(C) = 0,667$, dan perusahaan D mendapatkan $x(D) = 1$. Oleh karena itu, total alokasi biaya distribusi yang dibutuhkan adalah $x = 3$ sehingga perusahaan logistik tidak mendapatkan keuntungan.

Perusahaan B tidak bisa melakukan fleksibilitas sebab berdasarkan Gambar 4 memiliki alokasi biaya distribusi yang sama ketika perusahaan B tidak fleksibel jika menggunkan nilai Shapley. Sedangkan jika menggunakan nucleolus biaya alokasi yang didapatkan sama dengan ketika mengirimkannya secara mandiri. Bagi perusahaan D tidak bisa melakukan fleksibilitas waktu pengiriman meskipun perusahaan D mendapatkan alokasi biaya distribusi yang lebih rendah, karena akan berdampak pada alokasi biaya perusahaan lain baik menggunakan nilai Shapley maupun nucleolus.

Jika semua perusahaan bersedia waktu pengirimannya fleksibel, total alokasi biaya distribusi adalah 2. Namun perusahaan-perusahaan produsen tidak bisa mendapatkan alokasi biaya distribusi ketika semuanya fleksibel. Hal ini disebabkan semakin banyaknya volume pengiriman barang. Perusahaan logistik dapat memberikan alokasi biaya distribusi menggunakan alokasi biaya distribusi ketika hanya satu perusahaan produsen yang waktu pengirimannya fleksibel dan menyesuaikannya dengan alokasi biaya ketika semua perusahaan bersedia waktu pengirimannya fleksibel. Sebagai contoh jika menggunakan nilai Shapley, perusahaan A mendapatkan $x(A) = 0,583$, perusahaan B mendapatkan $x(B) = 0,167$, perusahaan C mendapatkan $x(C) = 0,833$, dan perusahaan D mendapatkan $x(D) = 0,677$. Oleh karena itu total alokasi biaya distribusi adalah $2,26$ yang memiliki selisih 0,26 dari total alokasi biaya distribusi ketika semua perusahaan produsen fleksibel. Kelebihan ini bisa menjadi milik perusahaan logistik.

Sedangkan jika memakai metode nucleolus, perusahaan A mendapatkan alokasi biaya $x(A) = 0,667$, perusahaan B mendapatkan $x(B) = 0,333$, perusahaan C mendapatkan $x(C) = 0,667$, dan perusahaan D mendapatkan $x(D) = 0,667$. Oleh karena itu, total alokasi biaya distribusi yang dibutuhkan adalah $x = 2,334$ yang memiliki selisih 0,334 dari total alokasi biaya distribusi ketika semua perusahaan produsen fleksibel. Kelebihan ini bisa menjadi milik perusahaan logistik.

4. PENUTUP

Berdasarkan penelitian yang sudah dilakukan, dapat diperoleh kesimpulan bahwa alokasi biaya distribusi barang yang didasarkan pada waktu (hari) pengiriman dapat dirumuskan secara matematis melalui pendekatan teori permainan kooperatif. Pembagian alokasi biaya distribusi yang adil dapat dilakukan dengan menggunakan nilai Shapley dan nucleolus sehingga setiap perusahaan produsen dapat saling menguntungkan ketika bekerjasama. Adapun fleksibilitas waktu pengiriman belum tentu bisa menekan total biaya alokasi distribusi pada kondisi-kondisi tertentu.

Ucapan terima kasih*. Terima kasih penulis ucapkan kepada Lembaga Pengelola Dana Pendidikan (LPDP) sehingga dapat melakukan penelitian.

Referensi

[1] Cruijssen, F., Cools, M., dan Dullaert, W., 2007, *Horizontal Cooperation in Logistics: Opportunities and Impediments*, Vol. 46(3), No. 129-142,*Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review.*
[2] Dantzig, G.B., 1997, *Linear Programming I: Introduction*, Springer, New York.
[3] Ferguson, T.S., 2008, *Game Theory*, University of California, Los Angeles.
[4] Frisk. M., 2010, Cost Allocation in Collaborative Forest Transportation, Vol. 205, No. 448-458, *European Journal of Operational Research.*
[5] Gonzales-Feliu, J., and Salanova, J.-M, 2010, Defining and evaluating collaborative urban freight transportation system, Vol. 39, No. 172-183, *Procedia-Social and Behavioral Sciences.*
[6] Kalai, E, dan Samet, D., 1987, On weighted Shapley Value, Vol. 16. No. 205-222, *International Journal of Game Theory.*
[7] Maschler M., Eilon S., dan Shmuel Z, 2013, *Game Theory*, Cambridge University Press, New York.
[8] Osborne, M. J., 2014, *An Introduction to Game Theory*, Oxford University Press,India.
[9] Oum, T. H., Park, J. H., Kim, K., and Yu, C, 2004, The effect of horizontal alliances on firm productivity and profitability: Evidance from global airline industry, Vol. 57(8), No. 844-853, *Journal of Bussines Research.*
[10] Peleg, Bezalel, dan Peter Sudholter, 2007, *Introduction to the Theory of Cooperative Games Second Edition*, Springer, Berlin.
[11] Peters, H., 2008, *Game Theory: A Multi-Leveled Approach*, Springer, Berlin.
[12] Schmeidler, D., 1969, The nucleolus of a Characteristic Function Game, Vol. 17(6), 1163-1170, *SIAM Journal on Applied Mathematics.*
[13] Shapley, L. S., 1953, *A Value for n-person Games. Annals of Mathematics Studies*, Vol. 28, No. 307-317.
[14] Taha, H.A., 1996, Riset Operasi Jilid I-Terjemahan: Daniel Wirajaya. Binarupa Aksara, Jakarta.
[15] Vaovermeire C., dan Sorensen K., 2014, Measuring and Rewarding Flexibility in Collaborative Distribution, Including Two-Partner Coalitions, Vol. 239, No. 157-165, *European Journal of Operational Research.*
[16] Winston, W.L., dan Goldberg, J. B., 2004, *Operations Research: Applications and Algorithms*, Fourth Edition, Duxbury Press, Belmount.

INA SALAMATUL MUFARICHA* (Penulis Korespondensi)
Departemen Matematika, Fakultas MIPA, Universitas Gadjah Mada, Indonesia.
faricha296@mail.ugm.ac.id

SALMAH
Departemen Matematika, Fakultas MIPA, Universitas Gadjah Mada, Indonesia.
syalmah@yahoo.com