Pemodelan Intensitas Transisi dan Peluang pada Asuransi Perawatan Jangka Panjang

Rosita Kusumawati[1], dan Gunardi[2]
[1]Universitas Negeri Yogyakarta, [2]Universitas Gadjah Mada

Intisari

Proses perubahan status kesehatan dalam asuransi perawatan jangka panjang dengan lima status dimodelkan dengan model markov multi status, yang dinyatakan sebagai model peluang transisi dari suatu status ke status yang lain. Dengan menggunakan data survival penghuni panti wredha Abi Yoso, Pakem, Sleman, pada bagian akhis tesis ini akan ditunjukkan penghitungan intensitas transisi, peluang transisi antar status dan premi asuransi untuk besar manfaat tertentu.

Kata Kunci: Proses Markov Homogen, Multi Status, Asuransi Perawatan Jangka Panjang

Abstract

Health state changes process in long-term care insurance with five states can be modeled by multi state markov model, which represented by transition probability model from one state to other state. Using survival data from panti wredha Abi Yoso, Pakem, Sleman, at the end of this paper will be showed calculation of transition intensities, transition probability between state, and insurance premium for certain benefit.

Keywords: homogeneous Markov Process, Multi State, Long-term Care Insurance

1. Pendahuluan

Secara global pada tahun 1950 setiap satu lansia di atas usia 65 tahun didukung oleh sekitar 12 orang muda, yaitu usia 15-64 tahun. Pada tahun 2009 dukungan itu menurun menjadi hanya 9 orang. Pada tahun 2050 diproyeksikan bahwa setiap penduduk usia di atas 65 tahun hanya didukung oleh 4 penduduk usia 15-64 tahun saja. Kondisi Indonesia sendiri pun mengarah pada hal yang sama. Proyeksi penduduk Indonesia yang disusun oleh Kantor Menteri Negara Perencanaan Pembangunan Nasional beserta Badan Pusat Statistik menyatakan tingkat harapan hidup penduduk Indonesia diestimasikan meningkat mencapai 73,7 tahun pada tahun 2025 dari 69 tahun pada tahun ini. Data statistik Indonesia juga mengatakan trends angka fertilitas total Indonesai semakin menurunnya, dari 2,80 untuk tahun 1992, 2,34 untuk tahun 1997, dan 2,27 untuk tahun 2000

Di negara maju, para pendukung itu bekerja dan bagi lansia yang tidak bekerja diberi jaminan dan berbagai fasilitas yang memadai termasuk asuransi kesehatan dan asuransi perawatan jangka panjang. Di negara-negara berkembang seperti Indonesia hampir tidak ada jaminan hari tua dari pemerintah atau lembaga asuransi karena penduduk umumnya tidak mempunyai asuransi hari tua. Karena itu, apabila dukungan anak dan kerabatnya berakhir, hampir pasti kualitas kehidupan lansia itu merosot drastis. Mengingat belum tersedianya jaminan hari tua dari pemerintah atau lembaga asuransi, khususnya perlindungan untuk biaya perawatan jangka panjang, kehadiran asuransi perawatan jangka panjang tentunya sangat diperlukan dalam melindungi seseorang dari seluruh biaya perawatan jangka panjang yang tinggi termasuk membayar jasa perawat, terapis serta ahli gizi selama perawatan jangka panjang.

Seseorang dikatakan membutuhkan perawatan jangka panjang jika dia membutuhkan bantuan orang lain dalam melakukan seluruh atau beberapa aktivitas kehidupan sehari-hari (*activities of daily living*) seperti bangun atau berdiri serta duduk dari kasur atau kursi, memakai baju, mandi, makan, pergi ke toilet, berjalan, maupun melakukan diet kesehatan. Seseorang yang memerlukan perawatan jangka panjang sejatinya tidak dalam keadaan sakit.

Pada asuransi perawatan jangka panjang, seseorang dapat bertransisi dari status sehat ke beberapa status tingkat perawatan jangka panjang atau bahkan meninggal. Model multi status sangat sesuai untuk memodelkan asuransi perawatan jangka panjang dengan banyak status. Beberapa penulis telah mengkaji model multi status dalam tulisan mereka. Haberman membahas penyelesaian permasalahan model multi status dengan memanfaatkan suatu tabel decrement (Haberman, 1983), kemudian dalam tulisan berikutnya Haberman memberikan suatu alternatif penyelesaian menggunakan asumsi model Markov (Haberman, 1984), dalam hal ini diasumsikan bahwa diantara masing-masing status selalu terdapat suatu intensitas transisi, oleh karena itu pendekatan ini sering disebut sebagai *transition intensities approach* (TIA). Para peneliti telah membandingkan antara kedua pendekatan tersebut dan cenderung menyimpulkan bahwa TIA lebih baik, hal ini seperti yang pernah dilakukan oleh Waters (Walters, 1984). Salah satu alasannya adalah karena sifat stokastik model multi status dapat dengan baik diilustrasikan oleh TIA. Penerapan model multi status berdasarkan model Markov dalam produk asuransi kesehatan dibahas dalam Haberman, et al., 1999.

Peluang seorang yang berusia lanjut atau diatas 60 tahun untuk bertransisi dari suatu status kesehatan ke status kesehatan yang lain pada waktu yang akan datang diperlukan bagi perusahaan asuransi dalam penghitungan besar premi asuransi perawatan jangka panjang. Model markov banyak digunakan sebagai dasar analisis dan pengembangan model peluang transisi, dimana peluang seorang untuk bertransisi dari suatu status kesehatan ke status kesehatan yang lain pada waktu yang akan datang hanya tergantung pada keadaannya saat ini saja.

Secara umum kondisi fisik seseorang yang telah memasuki masa lanjut usia atau 60 tahun keatas pasti akan mengalami penurunan. Hal ini dapat dilihat dari beberapa perubahan: (1) perubahan penampilan pada bagian wajah, tangan, dan kulit, (2) perubahan bagian dalam tubuh seperti sistem saraf : otak, isi perut : limpa, hati, (3) perubahan panca indra : penglihatan, pendengaran, penciuman, perasa, dan (4) perubahan motorik antara lain berkurangnya kekuatan, kecepatan dan belajar keterampilan baru. Perubahan-perubahan tersebut pada umumnya mengarah pada kemunduran kesehatan fisik dan psikis yang akhirnya akan berpengaruh juga pada aktivitas ekonomi dan sosial mereka. Tetapi dengan menjaga pola makan yang baik dan berolahraga secara teratur, orang-orang dengan usia lanjut dapat memperlambat perubahan yang terjadi sehingga dapat memiliki usia biologis yang jauh lebih muda dari usia kronologis. Dengan demikian fungsi hazard bagi orang-orang dengan usia lanjut dapat dianggap masih dalam kondisi konstan seperti pada orang-orang usia produktif. Atau intensitas transisi status kesehatan untuk orang-orang yang berusia lanjut dapat diasumsikan konstan. Penambahan asumsi intensitas transisi konstan pada model markov, berarti pula bahwa model markov bersifat stasioner atau *time-homogeneous*, yaitu peluang transisinya hanya bergantung kepada selang waktu perpindahannya saja dan tidak bergantung kepada waktu awal.

2. Model Markov Multi Status Asuransi Perawatan Jangka Panjang

Suatu model asuransi perawatan jangka panjang Indonesia dapat dibentuk dengan mengadopsi sistem sosial asuransi perawatan jangka panjang di Jerman (Arntz, et al., 2007). Pada tulisan ini penulis memodelkan asuransi perawatan jangka panjang Indonesia sebagai program perlindungan terhadap perawatan jangka panjang untuk jangka waktu tertentu yang dijual pada waktu peserta pensiun, manfaat diberikan jika peserta asuransi memerlukan perawatan jangka panjang, berupa biaya pengobatan dan perawatan jangka panjang dalam tiga tingkatan yaitu perawatan jangka panjang tingkat 1, tingkat 2 atau tingkat 3 (Tabel 2.1).

Seseorang berada pada status awal yaitu sehat, yang kemudian dapat bertransisi ke status perawatan jangka panjang tingkat 1, tingkat 2 atau tingkat 3, meninggal ataupun tetap sehat (Gambar 2.1). Diasumsikan seseorang yang berada pada status perawatan jangka panjang, tidak dapat bertransisi ke status perawatan jangka panjang dengan tingkat yang lebih rendah atau pun ke status sehat. Seseorang yang berada pada status perawatan jangka panjang hanya dapat bertransisi ke status perawatan jangka panjang dengan tingkat lebih tinggi atau mati.

Jika seseorang berada pada kondisi sehat pada saat ini, maka peluangnya untuk bertransisi ke status perawatan jangka panjang satu bulan yang akan datang hanya bergantung pada keadaan atau statusnya pada saat ini dan tidak tergantung pada keadaan atau status sebelumnya. Dengan demikian proses perubahan kondisi kesehatan seseorang dari status sehat yang kemudian pindah ke status perawatan jangka panjang tingkat 1, tingkat 2 atau tingkat 3, maupun bertransisi ke status meninggal sangat sesuai jika dimodelkan menggunakan model multi markov status dengan lima status yaitu sehat, perawatan jangka panjang tingkat 1, tingkat 2 atau tingkat 3, dan meninggal, dengan bentuk fungsi peluang transisi yaitu

$$P\left(X\left(x+t\right)=j \middle| X\left(x\right)=i\right)=P_{ij}\left(x,x+t\right), \quad i,j=1,2,3,4,5, \quad \forall x,t \geq 0. \quad (2.1)$$

Persamaan (2.1) dapat diinterpretasikan sebagai peluang seseorang pada usia *x* tahun yang berada pada status *i*, dan setelah *x+t* berada pada satus *j* dengan $i,j=1,2,3,4,5$. Sebagai contoh, $P_{13}\left(x,x+t\right)$ menyatakan peluang seseorang pada usia *x* tahun berada dalam status sehat dan berada dalam status perawatan jangka panjang tingkat 2 saat berusia *x+t* tahun.

Dengan menambahkan asumsi intensitas transisi yang konstan pada model multi markov, proses markov perubahan kondisi kesehatan bersifat stasioner atau homogen berarti pula peluang transisi atau peluang terjadinya perubahan berupa kemunduran kondisi kesehatan hanya bergantung kepada selang waktu perubahan dan tidak bergantung kepada waktu awal (Gambar 2.2.). Berarti pula peluang terjadinya perubahan berupa kemunduran kondisi kesehatan dalam jangka waktu yang sama untuk usia yang berbeda pada orang-orang berusia lanjut, dengan syarat tidak terjadi perubahan kondisi kesehatan sebelumnya, dapat dianggap sama.

Untuk menentukan nilai suatu peluang transisi, hal yang perlu diketahui adalah nilai intensitas transisinya. Salah satu metode penaksiran adalah metode maksimum likelihood. Misalkan $T_{i1},T_{i2},...,T_{iN}, \quad i=1,2$ adalah peubah acak yang saling bebas dan menyatakan panjang waktu yang dihabiskan di status *i* sebelum bertransisi ke status *j*. Jelas jika intensitas transisi dari status *i* ke *j* diasumsikan konstan yaitu $\lambda_{ij}\left(t\right)=\lambda_{ij}$, maka $T_{i1},T_{i2},...,T_{iN}$ berdistribusi eksponential dengan,

$$S_{T_{im}}\left(t_i\right)=P\left(T_{im}>t_i\right)=e^{t_i\lambda_{ij}}.$$

$$F_{T_{im}}\left(t_i\right)=P\left(T_{im}\leq t_i\right)=1-e^{t_i\lambda_{ij}}.$$

$$f_{T_{im}}\left(t_i\right)=f\left(t_i;\lambda_{ij}\right)=\lambda_{ij}e^{-t_i\lambda_{ij}}.$$

$$m=1,2,...,N.$$

Parameter λ_{ij} tidak diketahui dan N menyatakan banyaknya individu/sampel. Fungsi likelihood diberikan oleh,

$$L\left(\lambda_{ij};t_i\right)=L\left(\lambda_{ij}\right)=\prod_{m=1}^{N} f_{T_{im}}\left(t_{im};\lambda_{ij}\right),\quad \forall i,j=1,2,...,5.$$

Diperoleh,

$$logL\left(\lambda_{ij}\right)=\sum_{m=1}^{N}\log f_{T_{im}}\left(t_{im};\lambda_{ij}\right)=\sum_{m=1}^{N}\log\left(\lambda_{ij}e^{-t_i\lambda_{ij}}\right)=N\left(-t_i\lambda_{ij}+\log\left(\lambda_{ij}\right)\right). \quad (2.2)$$

Untuk menentukan maksimum likelihood dari λ_{ij}, digunakan log dari fungsi likelihoodnya, sedangkan nilai kritisnya diperoleh dengan menyelesaikan persamaan,

$$\frac{\partial logL\left(\lambda_{ij}\right)}{\partial\lambda_{ij}}=0,\quad \forall i,j=1,2,...,5.$$

Persamaan differensial peluang transisi dengan lima status dari model markov multi status asuransi perawatan jangka panjang Indonesia (Gambar 2.2) dapat dicari menggunakan Persamaan Differensial Kolmogorov Forward dan Backward (Lampiran II). Dan solusi analitiknya dapat dicari menggunakan metode separasi, metode faktor integral dan metode persamaan karakterisktik (Lampiran II).

3. Studi Kasus

Menggunakan data survival penghuni Panti Jompo Abi Yoso, Pakem, Sleman, dengan periode observasi mulai tanggal 22 Juni 2006 sampai 18 Agustus 2010. Penulis mengaplikasikan model asuransi perawatan jangka panjang Indonesia, serta menghitung besar premi dari asuransi perawatan jangka panjang untuk santuan tertentu.

Mengingat data yang tersedia hanya dimungkinkan transisi dari sehat ke perawatan jangka panjang di wisma isolasi, perawatan jangka panjang di wisma isolasi ke meninggal, dan dari sehat ke meninggal, maka model yang akan diilustrasikan dalam studi kasus ini diperoleh dengan cara menyederhanakan beberapa tingkat status perawatan jangka panjang menjadi hanya satu status perawatan jangka panjang seperti diilustrasikan oleh Gambar 3.1 pada Lampiran I.

Peluang transisi antar status dapat diperoleh dari model multi status yang dibentuk diatas menggunakan asumsi markov stasioner, dengan kata lain peluang transisi hanya bergantung kepada selang waktu perpindahan dan tidak bergantung kepada waktu awal. Asumsi proses markov stasioner mengakibatkan intensitas transisi berupa suatu fungsi konstan.

Dengan menganggap bahwa setiap penghuni panti merepresentasikan realisasi dari rantai markov $X\left(x\right)$ pada tiga status, yaitu status 1 (sehat), status 2 (perawatan jangka panjang), status 3 (meninggal) dengan x menyatakan usia penghuni. Setiap individu diamati setiap transisi yang terjadi dan waktu saat terjadinya setiap transisi. N orang terdiri dari jumlah orang yang bertransisi dari status 1 ke status 2, status 1 ke status 3, dan lainnya, dan $N=N_{11}+N_{12}+N_{13}+N_{22}+N_{23}$.

Dari persamaan (2.2), untuk setiap $i,j=1,2,3$ diperoleh

$$logL\left(\lambda_{12},\lambda_{13},\lambda_{23}\right)=-t_1\left(\lambda_{12}+\lambda_{13}\right)-t_2\left(\lambda_{23}\right)+N_{11}\left(\log\lambda_{12}+\log\lambda_{13}\right)$$
$$+N_{12}\log\lambda_{12}+N_{13}\log\lambda_{13}+N_{22}\log\lambda_{23}+N_{23}\log\lambda_{23},$$

dengan

t_1 = total waktu seseorang berada dalam status sehat (tahun)

t_2 = total waktu seseorang berada dalam status perawatan jangka panjang (tahun)

N_{12} = banyaknya orang yang bertransisi dari status sehat ke status perawatan jangka panjang

N_{13} = banyaknya orang yang bertransisi dari status sehat ke status meninggal

N_{23} = banyaknya orang yang bertransisi dari status perawatan jangka panjang ke meninggal

Estimator intensitas transisi dapat ditentukan dengan mencari penyelesaian persamaan berikut

$$\frac{\partial logL(\lambda_{12},\lambda_{13},\lambda_{23})}{\partial\lambda_{12}}=0.$$

$$-t_1+\frac{N_{11}+N_{12}}{\lambda_{12}}=0.$$

$$\lambda_{12}=\frac{N_{11}+N_{12}}{t_1}.$$

Dengan cara yang sama diperoleh estimator intensitas transisi yang lainnya, yaitu $\lambda_{13}=\frac{N_{11}+N_{13}}{t_1}$, dan $\lambda_{23}=\frac{N_{22}+N_{23}}{t_2}$.

Model persamaan differensial peluang transisi yang didapatkan dari model pada Gambar 3.1, beserta solusi analitiknya dapat dilihat pada lampiran II.

Berdasarkan klasifikasi kelompok usia observasi, dihitung banyaknya penghuni panti yang melakukan transisis dari sehat ke perawatan jangka panjang, sehat ke meninggal, dari perawatan jangka panjang ke meninggal, maupun dari sehat ke sehat dan dari perawatan jangka panjang ke perawatan jangka panjang. Hasil perhitungannya dapat dilihat pada Tabel 3.1 dibawah ini.

Untuk mencari lamanya waktu (tahun) seorang penghuni panti bertransisi dari suatu status ke status yang lain dihitung dengan mencari selisih usia penghuni panti saat masuk pertama kali menjadi penghuni panti dengan usia pada saat penghuni dipindahkan ke ruang isolasi ataupun meninggal. Total waktu transisi dari suatu status ke status yang lain dapat dilihat pada Tabel 3.2. Dan dengan menggunakan rumus estimasi maksimum likelihood diatas, maka estimasi parameter intensitas transisi untuk setiap selang usia observasi dapat dilihat pada Tabel 3.3.

Dengan mensubstitusi hasil estimasi intensitas transisi yang sudah didapatkan sebelumnya (Tabel 3.3) dengan $t=5$ dan $t=1$, maka diperoleh nilai peluang transisi untuk 5 kelompok selang usia (Tabel 3.4 dan Tabel 3.5).

Contoh 3.1. Seorang tertanggung berusia 60 tahun membeli program pensiun yang ditingkatkan selama 20 tahun dengan manfaat sebesar 30 juta jika memerlukan perawatan jangka panjang. Menggunakan tingkat bunga per tahun (i) sebesar 8%, berapakah premi tunggal yang harus dibayarkan oleh tertanggung.

Jawaban:

Diketahui,

$x=60\,tahun$, $n=20\,tahun$, $b_2=30\ juta$, dan $v=(1+8\%)^{-1}=0{,}926$.

Premi tunggal yang harus dibayar tertanggung adalah,

$$\Pi(x,n) = b_2 \int_x^{x+n} P_{12}(x,u) v^{u-x} du$$
,

Dengan menggunakan hasil taksiran intensitas transisi pada Tabel 3.3 dan $P_{12}(x,x+t) = \left(\frac{\lambda_{12}}{\lambda_{23} - \lambda_{12} - \lambda_{13}} \right) e^{-(\lambda_{12}+\lambda_{13})t} + \left(\frac{\lambda_{23} - 2\lambda_{12} - \lambda_{13}}{\lambda_{23} - \lambda_{12} - \lambda_{13}} \right) e^{-\lambda_{23}t}$. Diperoleh premi tunggal yang harus dibayar tertanggung adalah,

$$\Pi(60,20) = 30 \ juta \int_{60}^{80} P_{12}(60,u) v^{u-60} du.$$

$$= 30 \ juta. \left(\int_{60}^{65} P_{12}(60,u) v^{u-60} du + \ldots + \int_{75}^{80} P_{12}(60,u) v^{u-60} du \right).$$

Untuk $A = \left(\frac{\lambda_{12}}{\lambda_{23} - \lambda_{12} - \lambda_{13}} \right)$ dan $B = \left(\frac{\lambda_{23} - 2\lambda_{12} - \lambda_{13}}{\lambda_{23} - \lambda_{12} - \lambda_{13}} \right)$,

$$\Pi(60,20) = 30 \ juta. \left(\int_{60}^{65} \left(Ae^{-(\lambda_{12}+\lambda_{13})(t-60)} + Be^{-\lambda_{23}(t-60)} \right) v^{(t-60)} dt + \ldots \right.$$

$$\left. + \int_{75}^{80} \left(Ae^{-(\lambda_{12}+\lambda_{13})(t-60)} + Be^{-\lambda_{23}(t-60)} \right) v^{(t-60)} dt \right).$$

$$= 30 \ juta. \left(Ae^{-(\lambda_{12}+\lambda_{13})(t-60)} v^{(t-60)} \left(\frac{-(\lambda_{12}+\lambda_{13})}{(\lambda_{12}+\lambda_{13}) - \ln v} \right) \right.$$

$$\left. + Be^{-\lambda_{23}(t-60)} v^{(t-60)} \left(\frac{-(\lambda_{23})}{(\lambda_{23}) - \ln v} \right) \right) \Bigg|_{60}^{65} + \ldots.$$

$$+ Ae^{-(\lambda_{12}+\lambda_{13})(t-60)} v^{(t-60)} \left(\frac{-(\lambda_{12}+\lambda_{13})}{(\lambda_{12}+\lambda_{13}) - \ln v} \right).$$

$$\left. + Be^{-\lambda_{23}(t-60)} v^{(t-60)} \left(\frac{-(\lambda_{23})}{(\lambda_{23}) - \ln v} \right) \right) \Bigg|_{75}^{80}.$$

$$= 26.779.615.$$

4. Kesimpulan

Tesis ini membahas model markov multi status untuk menentukan premi asuransi perawatan jangka panjang. Berdasarkan pembahasan dari bab-bab sebelumnya dapat disimpulkan:

1. Proses atau perubahan status kesehatan seseorang pada asuransi perawatan jangka panjang dengan empat keadaan (sehat, perawatan jangka panjang tingkat I, perawatan jangka panjang tingkat II, perawatan jangka panjang tingkat III, dan meninggal) dari waktu ke waktu dapat dimodelkan dengan model multi status. Dasar dari model multi status adalah rantai Markov waktu kontinu dengan banyak status hingga yang direpresentasikan ke dalam model peluang transisi dari suatu keadaan ke keadaan lain.
2. Model peluang transisi yang didapatkan merupakan suatu sistem persamaan diferensial linear orde satu yang beberapa direduksi menjadi orde dua homogen. Solusi analitiknya dapat menggunakan metode separasi, metode faktor integral dan metode persamaan karakterisktik.

Adapun beberapa saran yang dapat penulis berikan untuk penelitian yang lebih lanjut:

1. Proses perubahan status kesehatan seseorang selain dapat dimodelkan dengan rantai markov waktu kontinu, dapat pula dimodelkan dengan rantai markov tersembunyi.
2. Nilai estimasi intensitas transisi konstan dapat digraduasi sehingga dapat dicari bentuk fungsi intensitas transisi.
3. Penggunaan data yang lebih lengkap dan ruang lingkup yang lebih luas dapat memperbaiki hasil estimasi intensitas transisi dan peluang transisi, sehingga hasilnya dapat merepresentasikan keadaan umum suatu populasi.

Daftar Pustaka

Arntz Melanie [et al.] The German Social Long-Term Care Insurance: Structure and Reform Options [Article] // IZA Discussion Paper. - Bonn : [s.n.], 2007. - 2625.

Boyce W. E. and DiPrima R. C. Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems [Book]. - [s.l.] : John Wiley & Sons, Inc., 1992. - 5th Edition.

Haberman S. and Pitacco E. Actuarial Models for Disability Insurance [Book]. - Florida : CRC Press LLC, 1999.

Haberman S. Decrement Tables and The Measurement of Morbidity: I [Journal] // Journal of the Institute of Actuaries. - 1983. - 110. - pp. 361-381.

Haberman S. Decrement Tables and The Measurement of Morbidity: II [Journal] // Journal of the Institute of Actuaries. - 1984. - 111. - pp. 73-86.

Jones, B.L. and Willmot, G.E. An open group long-term care model. SA, 161-172, 1993.

Karlin Samuel L. and Taylor Howard M. A first course in stochastic processes [Book]. - New York : Academic Press, Inc., 1975.

Karlin Samuel L. and Taylor Howard M. A second course in stochastic processes [Book]. - New York : Academic Press, Inc., 1981.

Lawless Jerald F. Statistical Models and Methods for Lifetime Data [Book]. - New Jersey : John Wiley & Sons, Inc., 2003.

Levikson, B and Mizrahi, G. Pricing Long Term Care Insurance Contracts. IMF, 14, 1-18, 1994.

N. Laird and D. Oliver. Covariance analysis of censored survival data using log-linear analysis techniques. Journal of the American Statistical Association, Volume 76, Issue 374, 1981, pp. 231-240.

Rice John A. Mathematical Statistics and Data Analysis [Book]. - California : Duxbury Press, 1995. - 2nd Edition .

Ross Sheldon M. Introduction to Probability Models [Book]. - USA : Elsevier Inc., 2007. Takahara Glen [Online]. - 2009. - August 27, 2010. - http://www.mast.queensu.ca/~stat455/lecturenotes/set5.pdf.

T. R. Holford. The analysis of rates and of survivorship using log-linear models. Biometrics, 36, 1980. pp. 299-305.

Walters H. R. An Approach to The Study of Multiple State Models [Journal] //Journal of Institute of Actuaries. -1984. -111. -pp.363-374.